

SOUČASNÉ TRENDY TEORETICKÉ INFORMATIKY

1.–2. června 2007, Praha

D. Král' (ed.)

Úvodní slovo

Tato konference navazuje na konference Současné trendy teoretické informatiky STTI 2003 a STTI 2005, které uspořádal Institut Teoretické Informatiky v květnu 2003 a v květnu 2005 v Praze. Cíl a účel konference zůstává stejný: rádi bychom vytvořili domácí fórum pro kvalitní výsledky českých a slovenských informatiků, které byly prezentovány na prestižních mezinárodních konferencích. Publikování na mezinárodních výběrových konferencích (např. CAV, CCC, COCOON, CP, CONCUR, ESA, ETAPS, FOCS, GD, ICALP, IFIP TCS, ISAAC, LATIN, LICS, MFCS, SODA, STACS, STOC, SWAT, WADS nebo WG), kde bývá troj- a vícenásobný počet zaslaných příspěvků vůči počtu přijatých příspěvků, je měřítkem kvality a úspěšnosti vědecké práce.

Na konferenci STTI 2007 jsme pozvali ty mladé české a slovenské informatiky, kteří uspěli v této konkurenci v posledních letech a jejichž práce byly referovány na některé z těchto mezinárodních akcí. Uspořádáním této konference chceme dát možnost široké odborné veřejnosti seznámit se s výsledky, kterým se dostalo mezinárodního uznání. Doufáme, že konference splní svůj účel a povzbudí české informatiky v další práci.

Na konferenci bylo pozváno celkem 34 mladých českých a slovenských informatiků, z nichž 23 se konference zúčastní. Kromě nich přednesou hlavní přednášky na konferenci Antonín Kučera o aplikacích nekonečných her na grafech ve formální verifikaci a Jiří Sgall na téma použití lineárního programování v rozvrhování. Velmi nás těší nebývale velký zájem o konferenci mezi českou a slovenskou odbornou veřejností, o kterém svědčí fakt, že na konferenci se zaregistrovalo více než 25 účastníků, kteří na ní nemají příspěvek.

Konference STTI 2007 se uskuteční ve dnech 1.–2. června 2007 v Praze v budově MFF UK na Malostranském náměstí. Konference je organizována a podporována Institutem teoretické informatiky (ITI) (projekt MŠMT 1M0545) ve spolupráci s Katedrou aplikované matematiky MFF UK. Programový výbor konference zahrnoval vedoucí jednotlivých týmů, které se podílí na projektu ITI. Rád bych poděkoval všem členům programového výboru za jejich práci a dále pak pí. Polišenské, J. Finkovi, D. Královi a T. Vyskočilovi za jejich pomoc při organizaci konference.

Jaroslav Nešetřil

Hlavní přednášky konference

Antonín Kučera

Nekonečné hry na grafech a jejich aplikace ve formální verifikaci

Jiří Sgall

Dvě aplikace lineárního programování v rozvrhování

Složení programového výboru konference

Prof. RNDr. Jan Kratochvíl, CSc. (MFF UK v Praze)

Doc. RNDr. Antonín Kučera, Ph.D. (FI MU v Brně)

Prof. RNDr. Jaroslav Nešetřil, DrSc. (MFF UK v Praze - předseda)

RNDr. Pavel Pudlák, DrSc. (MÚ AV ČR)

Prof. RNDr. Zdeněk Ryjáček, DrSc. (FAV ZČU v Plzni)

Doc. RNDr. Jiří Šíma, CSc. (ÚI AV ČR)

Obsah

Úvodní slovo	1
Hlavní přednášky konference	3
Složení programového výboru konference	5
Obsah	6
Program konference	8

Abstrakty příspěvků

Tomáš Brázdil: Verifikace limitních vlastností pravděpodobnostních zásobníkových automatů	13
Václav Brožek: Rozhodnutelnost a složitost problému dosažitelnosti v nekonečně stavových stochastických hrách	14
Zdeněk Dvořák: Charakterizace grafů s omezenou expanzí	15
Tomáš Ebenlendr: Online rozvrhování úloh stejné délky	16
Jiří Fiala: Lokálně injektivní grafové homomorfismy: Seznamy zaručují dichotomii	17
Jan Foniok: Konečné maximální antiřetězce v homomorfismovém uspořádání relačních struktur	18
Vojtěch Forejt: Hry jednoho a půl hráče a logiky větveního se času	19
Vít Jelínek: Složitost problému rekonstrukce grafu	20
Jan Kára: Výpočetní složitost jazyků časových omezeních	21
Ondřej Klíma: Systémy rovnic v pologrupách	22

Petr Kolman:	
Vícekomoditní toky se společným zdrojem v sítích s jednotkovými kapacitami	23
Michal Koucký:	
Mnoho náhodných procházek je rychlejších než jedna	24
Daniel Král:	
Rozklady matroidů a jejich algoritmické aplikace	25
Antonín Kučera:	
Nekonečné hry na grafech a jejich aplikace ve formální verifikaci . . .	26
Michal Kunc:	
Algebraická charakterizace vlastnosti konečné mocniny	28
Jan Kynčl:	
Složitost některých problémů realizovatelnosti pro abstraktní topologické grafy	29
Matúš Mihaľák:	
Odhaľovanie a verifikovanie (neznámych) sietí	30
Jan Obdržálek:	
DAG-width - míra souvislosti pro orientované grafy	31
Ondřej Pangrác:	
ℓ -konzistentní problém splnitelnosti s omezujícími podmínkami . . .	32
Radek Pelánek:	
Co vše se dá zkoumat o stavových prostorech?	33
Jiří Sgall:	
Dvě aplikace lineárního programování v rozvrhování	34
Pavel Surynek:	
Řešení obtížných případů problému splnitelnosti Booleovských formulí	36
Petr Škovroň:	
Porušovačské prostory: struktura a algoritmy	37
Tomáš Vojnar:	
Stromové automaty s omezeními v symbolické verifikaci programů manipulujících vyvážené stromy	38
Jan Vondrák:	
Maximalizace submodulárních funkcí v matroidech	40

Program konference

Pátek 1. června 2007

- 8:30 registrace účastníků (chodba před místností 222)
- 9:00 - 9:50 Jiří Sgall: Dvě aplikace lineárního programování v rozvrhování
přestávka
- 10:20 - 10:40 Tomáš Ebenlendr: Online rozvrhování úloh stejné délky
10:45 - 11:05 Vít Jelínek: Složitost problému rekonstrukce grafu
11:10 - 11:30 Petr Kolman: Vícekomoditní toky se společným zdrojem v sítích s jednotkovými kapacitami
11:35 - 11:55 Jan Kynčl: Složitost některých problémů realizovatelnosti pro abstraktní topologické grafy
12:00 - 12:20 Petr Škovroň: Porušovačské prostory: struktura a algoritmy
- 12:30 oběd (Profesní dům, suterén budovy)
- 14:00 - 14:20 Václav Brožek: Rozhodnutelnost a složitost problému dosažitelnosti v nekonečně stavových stochastických hrách
14:25 - 14:45 Vojtěch Forejt: Hry jednoho a půl hráče a logiky větveního se času
14:50 - 15:10 Ondřej Klíma: Systémy rovnic v pologrupách
15:15 - 15:35 Michal Koucký: Mnoho náhodných procházek je rychlejších než jedna
15:40 - 16:00 Michal Kunc: Algebraická charakterizace vlastnosti konečné mocniny
přestávka
- 16:30 - 16:50 Zdeněk Dvořák: Charakterizace grafů s omezenou expanzí
16:55 - 17:15 Daniel Král: Rozklady matroidů a jejich algoritmické aplikace
17:20 - 17:40 Jan Obdržálek: DAG-width - míra souvislosti pro orientované grafy
17:45 - 18:05 Jan Vondrák: Maximalizace submodulárních funkcí v matroidech
- 19:00 konferenční večeře (restaurace Olympia)

Sobota 2. června 2007

- 9:00 - 9:50 Antonín Kučera: Nekonečné hry na grafech a jejich aplikace ve formální verifikaci
- přestávka
- 10:20 - 10:40 Jiří Fiala: Lokálně injektivní grafové homomorfismy: Seznamy zaručují dichotomii
- 10:45 - 11:05 Jan Foniok: Konečné maximální antiřetězce v homomorfismovém uspořádání relačních struktur
- 11:10 - 11:30 Jan Kára: Výpočetní složitost jazyků časových omezení
- 11:35 - 11:55 Ondřej Pangrác: ℓ -konzistentní problém splnitelnosti s omezujícími podmínkami
- 12:00 - 12:20 Pavel Surynek: Řešení obtížných případů splnitelnosti Booleovských formulí
- 12:30 oběd (Profesní dům, suterén budovy)
- 14:00 - 14:20 Tomáš Brázdil: Verifikace limitních vlastností pravděpodobnostních zásobníkových automatů
- 14:25 - 14:45 Matúš Mihaľák: Odhalovanie a verifikovanie (neznámych) sieti
- 14:50 - 15:10 Radek Pelánek: Co vše se dá zkoumat o stavových prostorech?
- 15:15 - 15:35 Tomáš Vojnar: Stromové automaty s omezeními v symbolické verifikaci programů manipulujících vyvážené stromy

Všechny přednášky se budou konat v posluchárně S5 v budově Matematicko-fyzikální fakulty UK na Malostranském náměstí.

Abstrakty příspěvků

Verifikace limitních vlastností pravděpodobnostních zásobníkových automatů

Tomáš Brázdil¹

Fakulta informatiky MU v Brně

Botanická 68a, 602 00 Brno

E-mail: xbrazdil@fi.muni.cz

Přednáška bude zaměřena na problematiku verifikace limitních vlastností běhů diskrétních Markovových řetězců generovaných pravděpodobnostními zásobníkovými automaty. Budeme se zabývat velkou třídou limitních vlastností, které jsou vhodné pro analýzu výkonu a spolehlivosti systémů. Pro ilustraci uvažme systém, který opakovaně obsluhuje různé požadavky (například síťový server, telefonní ústředna, apod.). Typické otázky související s výkonem takového systému jsou například „Jaký je průměrný čas obslužení žádosti?“ nebo „Jaká je pravděpodobnost, že požadavek bude obslužen do 3 sekund?“. V přednášce budou prezentovány výsledky týkající se rozhodnutelnosti a složitosti verifikace takových limitních vlastností pro pravděpodobnostní zásobníkové automaty. Dále se budeme zabývat problémem predikovatelnosti limitních vlastností běhů systémů modelovaných pravděpodobnostními zásobníkovými automaty (tj. možnosti předvídat limitní chování takových systémů na základě jejich pozorování po omezenou dobu).

¹Tato přednáška je založena na společné práci s J. Esparzou a A. Kučerou. Převážná část prezentovaných výsledků bude čerpána z publikace „Analysis and Prediction of the Long-Run Behavior of Probabilistic Sequential Programs with Recursion“ uvedených autorů.

Rozhodnutelnost a složitost problému dosažitelnosti v nekonečně stavových stochastických hrách

Václav Brožek¹

Fakulta informatiky MU v Brně

Botanická 68a, 602 00 Brno

E-mail: bleble@mail.muni.cz

Stochastická hra 1 a 1/2 hráče je přechodový systém, jehož stavy jsou rozděleny na stochastické a nedeterministické. Přejchod ze stochastických stavů je řízen předepsanou pravděpodobnostní distribucí, nedeterministické stavy mají danu množinu možných následníků a je věcí hráče, aby určil pravděpodobnosti jednotlivých povolených přechodů. To se formálně děje zvolením strategie. Hra spolu s pevně zvolenou strategií zadává jednoznačně stochastický přechodový systém zvaný Markovův řetězec.

Problém dosažitelnosti spočívá v zadání počátečního stavu a množiny stavů cílových. Dále pak je dána racionální mez q a relační operátor, jedna z rovností či nerovností. Úkolem je zjistit, zda existuje taková hráčova strategie, že ve výsledném Markovově řetězci je pravděpodobnost dosažení cílové množiny stavů ze stavu počátečního v zadané relaci s hodnotou q . Pokud q je 1 či 0, mluvíme o kvalitativním problému dosažitelnosti.

Pro konečné hry byl tento problém studován, byla prokázána existence velmi jednoduchých (bezpaměťových a deterministických) optimálních strategií a rozhodnutelnost problému dosažitelnosti. My jsme studovali stochastické hry generované zásobníkovými automaty. Pro obecné zásobníkové automaty je problém dosažitelnosti nerozhodnutelný. Stěžejní část naší práce je důkaz, že kvalitativní problém dosažitelnosti pro bezstavové zásobníkové automaty je rozhodnutelný v polynomiálním čase a že existence optimálních strategií implikuje existenci bezpaměťových deterministických strategií.

Součástí práce je rovněž aplikace těchto výsledků na model checking kvalitativního fragmentu logiky PCTL. Podařilo se nám odvodit exponenciální horní odhad časové složitosti tohoto problému. Vzhledem k existujícímu dolnímu odhadu jsme tak dokázali jeho EXPTIME úplnost.

¹Tato přednáška je založena na společné práci s T. Brázdilem, V. Forejtem a A. Kučerou.

Charakterizace grafů s omezenou expanzí

Zdeněk Dvořák

Institut teoretické informatiky MFF UK v Praze

Malostranské náměstí 25, 118 00 Praha

E-mail: rakdver@kam.mff.cuni.cz

Třídy grafů s omezenou expanzí přirozeným způsobem zobecňují jak minorově uzavřené třídy, tak třídy grafů s omezeným maximálním stupněm. Z definice těchto tříd (založené na studiu minorů s omezenou hloubkou) je obtížné vyvodit další výsledky. V přednášce ukážeme dvě charakterizace grafů s omezenou expanzí a jejich algoritmické důsledky.

Online rozvrhování úloh stejné délky

Tomáš Ebenlendr¹

Matematický ústav AV ČR

Žitná 25, 115 67 Praha 1

E-mail: ebik@math.cas.cz

Budeme se zabývat online rozvrhováním stejně dlouhých úloh na souběžné stroje. Každá úloha má čas příchodu (před kterým o ní online algoritmus nic neví) a termín do kterého se má stihnout. Měříme počet rozvržených úloh.

Hlavním výsledkem je algoritmus, jehož kompetitivní poměr klesá k $e/(e-1) \approx 1.58$ s rostoucím počtem strojů. Pro $m \geq 3$ je to první algoritmus lepší než hladový algoritmus, který je 2-kompetitivní.

Náš algoritmus má navíc vlastnost *okamžitého rozhodnutí*. Tedy kdykoliv úloha přijde, algoritmus se rozhodne zda a ve kterém čase tato úloha poběží, a toto rozhodnutí již nezmění. Pro dva stroje je náš algoritmus 1.8-kompetitivní a nelze udělat lepší algoritmus s touto vlastností.

¹Tato přednáška je založena na práci J. DING, T. EBENLENDR, J. SGALL A G. ZHANG: *Online scheduling of equal-length jobs on parallel machines*, odeslané na ESA 2007.

Lokálně injektivní grafové homomorfismy: Seznamy zaručují dichotomii

Jiří Fiala¹

Katedra aplikované matematiky MFF UK v Praze
Malostranské náměstí 25, 118 00 Praha
E-mail: fiala@kam.mff.cuni.cz

Dokazujeme, že listová verze rozhdovacího problému, zdali existuje lokálně injektivní grafový homomorfismus do grafu H (což je parametr problému), má plnou dichotomii. Jmenovitě ukazujeme, že tento problém je řešitelný v polynomiálním čase, pokud každá komponenta souvislosti grafu H má nejvýše jeden cyklus, a jinak je tento problém NP-úplný.

¹Tato přednáška je založena na společné práci s J. Kratochvílem.

Konečné maximální antiřetězce v homomorfismovém uspořádání relačních struktur

Jan Foniok¹

Institut teoretické informatiky MFF UK v Praze

Malostranské náměstí 25, 118 00 Praha

E-mail: foniok@kam.mff.cuni.cz

Relace „existence homomorfismu“ na třídě všech relačních struktur daného typu je kvaziuspořádání, ze kterého lze standardním způsobem vytvořit částečné uspořádání. Tomuto částečnému uspořádání se říká homomorfismové uspořádání. Zabýváme se otázkou, které konečné maximální antiřetězce v homomorfismovém uspořádání lze rozdělit na dvě disjunktní množiny F , D tak, aby sjednocení horní množiny generované F a dolní množiny generované D byla celá uspořádaná množina (splitting property maximálního antiřetězce). Ukážeme strukturální postačující podmínku pro splitting property a v případě struktur s nejvýše dvěma relacemi (např. orientované grafy) charakterizujeme všechny antiřetězce, které nemají splitting property. Pro struktury s více než dvěma relacemi je problém otevřený.

¹Tato přednáška je založena na společné práci s J. Nešetřilem.

Hry jednoho a půl hráče a logiky větvičího se času

Vojtěch Forejt

Fakulta informatiky MU v Brně

Botanická 68a, 602 00 Brno

E-mail: xforejt@fi.muni.cz

Předmětem naší přednášky jsou hry jednoho a půl hráče, ve kterých je výherní podmínka zadána formulí velmi obecné logiky $qPCTL^*$. Zabýváme se problémem existence vítězné strategie v těchto hrách. Ukážeme, že pokud se omezíme na konečné strategie, lze problém řešit ve dvojitě exponenciálním čase. Dále identifikujeme fragment této logiky, pro který je problém řešitelný v exponenciálním čase. Příмым důsledkem našich výsledků je rozhodnutelnost problému pro konečné strategie a vítězné podmínky zadané v často používaných logikách $qPCTL$ a $qPCTL^*$.

Složitost problému rekonstrukce grafu

Vít Jelínek¹

Katedra aplikované matematiky MFF UK v Praze

Malostranské náměstí 25, 118 00 Praha

E-mail: jelinek@kam.mff.cuni.cz

Nechť G a F jsou dva neorientované grafy. Pojem G -struktura grafu F označuje hypergraf H , který má stejnou množinu vrcholů jako graf F , a navíc platí, že množina vrcholů tvoří hyperhranu H právě tehdy, když tato množina indukuje v grafu F podgraf izomorfní s G .

Pro pevně zvolené G zkoumáme složitost problému rozhodnout, zda daný hypergraf je G -strukturou nějakého grafu F . O tomto problému bylo dokázáno, že je polynomiální, pokud G je cesta na třech nebo čtyřech vrcholech. Zkoumáme tento problém pro větší grafy G a dokážeme, že tento problém je pro některé tyto grafy NP-úplný. Mimo jiné ukážeme, že tento problém je s velkou pravděpodobností NP-úplný pro náhodně zvolené G .

¹Tato přednáška je založena na společné práci se Z. Dvořákem.

Výpočetní složitost jazyků časových omezení

Jan Kára¹

Katedra aplikované matematiky MFF UK v Praze

Malostranské náměstí 25, 118 00 Praha

E-mail: kara@kam.mff.cuni.cz

Problémy s nalezením vhodného uspořádání se často vyskytují v oblastech jako umělá inteligence, výpočetní lingvistika či návrh obvodů. Podmínky na hledaná uspořádání lze často vyjádřit v jazycích časových omezení. *Jazyk časových omezení* je relační struktura $(\mathbb{Q}, R_1, R_2, \dots)$, ve které jsou relace R_1, R_2, \dots definované formulemi prvního řádu nad strukturou $(\mathbb{Q}, <)$ (tedy racionálními čísly se standardním hustým lineárním uspořádáním). Příkladem jazyka časových omezení je například jazyk $(\mathbb{Q}, R_1(x, y) = \{(x, y) : x < y\}, R_2(x, y) = \{(x, y) : x \neq y\}, R_3(x, y, z) = \{(x, y, z) : x > y \vee x > z\})$. Problém *splnitelnosti omezení* pro jazyk L je úloha, ve které máme danou množinu proměnných x_1, \dots, x_n a omezení C_1, \dots, C_m . Každé omezení C_i je dvojice (R_{j_i}, S_i) , ve které R_{j_i} je k -ární relace z jazyka L a S_i je seznam k_i proměnných (ne nutně navzájem různých) z x_1, \dots, x_n . Řešením úlohy je pak přiřazení hodnot (v případě jazyků časových omezení jsou to racionální čísla) proměnným takové, že pro každé omezení C_i je k_i -tice hodnot proměnných z S_i v relaci R_{j_i} .

V přednášce ukážeme úplnou klasifikaci složitosti problému splnitelnosti omezení pro jazyky časových omezení. Předvedeme devět maximálních jazyků, pro které je problém splnitelnosti řešitelný v polynomiálním čase a načrtneme, jak s pomocí Ramseyových vět dokázat, že problém splnitelnosti pro zbylé jazyky je NP-úplný.

¹Tato přednáška je založena na společné práci s M. Bodirskym.

Systémy rovnic v pologrupách

Ondřej Klíma¹

Katedra algebry a geometrie PřF MU v Brně

Janáčkovo nám. 2a, 662 95 Brno

E-mail: klima@math.muni.cz

Pro pevně danou pologrupu S uvažujeme následující problém: vstupem je soustava rovnic nad S a otázka je, zda má tato soustava řešení. V přednášce budeme prezentovat:

1. závislost složitosti tohoto problému na pologrupě S ;
2. souvislosti s CSP (Constraint Satisfaction Problem);
3. výsledky týkající se problému určení počtu řešení soustavy.

¹Prezentované výsledky jsou obsahem publikací: O.KLÍMA, P.TESSON A D.THÉRIEN: *Dichotomies in the Complexity of Solving Systems of Equations over Finite Semigroups*, Theory of Computing Systems Vol 40, Num. 3 (2007), a O.KLÍMA, B.LAROSE A P.TESSON: *Systems of Equations over Finite Semigroups and the #CSP Dichotomy Conjecture*, MFCS 2006, LNCS 4162, 584–595 (2006).

Vícekomoditní toky se společným zdrojem v sítích s jednotkovými kapacitami

Petr Kolman

Katedra aplikované matematiky MFF UK v Praze

Malostranské náměstí 25, 118 00 Praha

E-mail: kolman@kam.mff.cuni.cz

Elementární h -cestný (vícecestný) tok je tok tvořený h hranově disjunktními cestami mezi zdrojem s a spotřebičem t , z nichž po každé teče jednotkový tok; *h -cestný tok* mezi s a t je tok, který je nezápornou lineární kombinací elementárních h -cestných toků. Tématem přednášky bude vztah mezi klasickými multikomoditními toky a vícecestnými multikomoditními toky na sítích s jednotkovými kapacitami. Ukážeme, že pro každý graf G a vrcholy s (zdroj) a t_1, \dots, t_k (spotřebiče) takové, že s a t_i jsou alespoň h souvislé pro $i = 1, \dots, k$, platí: maximální klasický multikomoditní tok mezi zdrojem s a spotřebiči t_1, \dots, t_k je nejvýše $2(1 - 1/h)$ -krát větší než maximální h -cestný multikomoditní tok se stejným zadáním, a tento odhad je nejlepší možný. V kontrastu s tím, klasický vícekomoditní tok s více zdroji může být až $k(1 - 1/h)$ -krát větší než odpovídající h -cestný tok.

Mnoho náhodných procházek je rychlejších než jedna

Michal Koucký¹

Matematický ústav AV ČR

Žitná 25, 115 67 Praha 1

E-mail: mkoucky@acm.org

V souvisejícím článku začínáme systematické studium nové základní otázky ohledně náhodných procházek na grafech: jak dlouho trvá několika nezávislým náhodným procházkám na grafu pokrýt celý graf? Zabýváme se očekávanou dobou pokrytí, to jest časem nutným pro to, aby každý vrchol v grafu byl navštíven alespoň jednou některou z procházek. Ukážeme, že pro řadu zajímavých grafů pokrývání grafu více náhodnými procházkami dosahuje zrychlení, které je lineární v počtu náhodných procházek. Ukážeme též, že zrychlení může někdy být exponenciální a že některé přirozené grafy dovolují zrychlení pouze logaritmické.

¹Tato přednáška je založena na společné práci s N. Alonem, Ch. Avinem, G. Kozmou, Z. Lotkerem a M. Tuttleem.

Rozklady matroidů a jejich algoritmické aplikace

Daniel Král

Institut teoretické informatiky MFF UK v Praze

Malostranské náměstí 25, 118 00 Praha

E-mail: kral@kam.mff.cuni.cz

Stromová šířka je významný strukturální pojem z teorie grafů, který našel nebývale velké množství algoritmických aplikací. Mnoho obecně NP-těžkých problémů je polynomiálních při omezení stromové šířky vstupních grafů (např. problém barevnosti, určení velikosti největší nezávislé množiny nebo velikosti nejmenšího vrcholového pokrytí).

Pojem *větvicí šířky* hraje podobnou roli v algoritmické teorii matroidů - mnoho NP-těžkých problémů je polynomiálně řešitelných pro matroidy omezené větvicí šířky, které jsou reprezentovány nad pevným konečným tělesem. V této přednášce představíme nový rozklad matroidů a s ním související definici šířky (*rozkladovou šířku*), která umožňuje rozšířit předchozí pozitivní algoritmické výsledky i na matroidy nerepresentovatelné nad konečnými tělesy. Náš přístup zahrnuje předchozí pozitivní algoritmické výsledky, neboť každý matroid omezené větvicí šířky, který je reprezentovatelný nad pevným konečným tělesem, má i omezenou dekompoziční šířku.

Nekonečné hry na grafech a jejich aplikace ve formální verifikaci

Antonín Kučera

Fakulta informatiky MU v Brně

Botanická 68a, 602 00 Brno

E-mail: tony@fi.muni.cz

Chování diskretních systémů je možné formálně popsat pomocí přechodových systémů (orientované binární grafy s nejvýše spočetnou množinou uzlů), kde stavy odpovídají konfiguracím daného systému a přechodová relace popisuje možné přechody mezi konfiguracemi. Stavy je dále možné rozdělit na dvě disjunktní skupiny podle toho, zda je daný stav „kontrolovatelný“ nebo ne. Chování systému je pak možné modelovat jako hru dvou hráčů, kde první hráč (kontrolér) volí přechody z kontrolovatelných stavů, zatímco druhý hráč (prostředí) volí přechody z nekontrolovatelných stavů. Oba hráči volí tahy podle své vlastní strategie, která obecně může záviset na dosavadní historii dané partie. Výsledkem takové partie je nekonečná cesta v daném přechodovém systému („běh“), která je z pohledu prvního hráče buď „vítězná“ nebo „prohrávající“ podle zvoleného výherního kritéria. Základní otázky související s tímto typem her jsou následující:

- je daná hra determinovaná, tj. existuje v každém stavu výherní strategie pro hráče jedna nebo hráče dvě?
- který hráč má pro daný počáteční stav výherní strategii?
- jakého „typu“ jsou výherní strategie? (Ptáme se například, kolik vyžadují paměti.)
- je možné výherní strategie efektivně vypočítat?

Odpovědi na uvedené otázky jsou různé podle zvoleného výherního kritéria. Během přednášky budou uvedeny některé základní výsledky z této oblasti.

Uvedený typ her je možné dále obohatit o prvek náhodnosti. Uzly daného přechodového systému jsou pak rozděleny na tři disjunktní skupiny, kde význam prvních dvou je stejný jako výše a třetí skupina je tvořena „stochastickými“ stavy. Pro každý stochastický stav je fixována pravděpodobnostní

distribuce nad množinou přechodů z tohoto stavu. Navíc oba hráči mohou používat náhodnostní strategie, tj. vybírat nikoliv jeden z možných přechodů, ale zvolit nad nimi pravěpodobnostní distribuci. Výsledkem partie pak není nekonečná cesta, ale (obecně nekonečný) Markovův řetěz. Výherním kritériem je nějaká vlastnost stavů Markovových řetězců. Např. je možné všechny nekonečné cesty z daného stavu rozdělit na „dobré“ a „špatné“ a jako výherní kritérium zvolit určitou minimální hranici pro pravděpodobnostní míru dobrých cest. Takovéto hry mohou mít i rovnovážný stav Nashova typu. Jako výherní kritérium lze ovšem zvolit i podstatně komplikovanější vlastnosti Markovových řetězců, které postihují strukturu jejich větvení nebo limitní vlastnosti běhů. Během přednášky zmíníme i nedávné výsledky pro tento zobecněný typ her.

Algebraická charakterizace vlastnosti konečné mocniny

Michal Kunc¹

Ústav matematiky a statistiky PřF MU v Brně

Janáčkovo nám. 2a, 662 95 Brno

E-mail: kunc@math.muni.cz

Říkáme, že jazyk L má vlastnost konečné mocniny, jestliže podpologrupa monoidu slov tímto jazykem generovaná je sjednocením konečně mnoha mocnin L . Otázka, zda je možné algoritmicky rozhodovat, má-li daný regulární jazyk tuto vlastnost, se stala jedním z významných problémů v teorii formálních jazyků. Tuto otázku formuloval Brzozowski na konferenci SWAT v roce 1966 a pozitivní odpověď na ni dali o více než deset let později nezávisle Hashiguchi a Simon. Výsledky dosažené při studiu tohoto problému se staly počátkem plodného a stále aktivního výzkumu, který vedl mimo jiné k vyřešení problému počítání potřebné hloubky zanoření iterací při zadávání jazyka regulárním výrazem. Simonova metoda, využívající automaty s násobnostmi v tropickém polookruhu, se stala standardní metodou řešení problémů týkajících se zřetězování regulárních jazyků.

Na druhou stranu, Hashiguchi použil přímý kombinatorický argument založený na Dirichletově principu. V přednášce předvedeme řešení problému konečné mocniny odhalující algebraické pozadí tohoto argumentu. Formulujeme jednoduchou a snadno ověřitelnou algebraickou podmínku na jistou syntaktickou pologrupu, která je ekvivalentní vlastnosti konečné mocniny. Poté ukážeme, jak lze tuto charakterizaci využít k přímému důkazu uniformní rozhodnutelnosti vlastnosti konečné mocniny pro racionální jazyky ve všech monoidech definovaných konfluentním regulárním systémem mazačích pravidel. Tento výsledek v sobě zahrnuje rovněž případ volných grup, který vyřešili nedávno d'Alessandro a Sakarovitch pomocí redukce na problém omezenosti chování automatů se vzdálenostmi.

¹Podrobný popis prezentovaných výsledků je k dispozici na <http://www.math.muni.cz/~kunc/math/fpp.pdf>.

Složitost některých problémů realizovatelnosti pro abstraktní topologické grafy

Jan Kynčl

Katedra aplikované matematiky MFF UK v Praze

Malostranské náměstí 25, 118 00 Praha

E-mail: kyncl@kam.mff.cuni.cz

Abstraktní topologický graf (krátce *AT-graf*) je dvojice $A = (G, R)$, kde $G = (V, E)$ je graf a $R \subseteq \binom{E}{2}$. AT-graf A je *jednoduše realizovatelný*, pokud lze G nakreslit do roviny tak, že každá dvojice hran z R se kříží právě jednou a žádné jiné dvojice hran se nekříží. Ukážeme algoritmus, který v polynomiálním čase rozhodne, zda daný úplný AT-graf je jednoduše realizovatelný. Na druhou stranu ukážeme, že jiné podobné problémy jsou NP-těžké.

Odhaľovanie a verifikovanie (neznámych) sietí

Matúš Mihalák¹

ETH Zürich, Institut für Theoretische Informatik

CAB H 33.3, Universitätstrasse 6, 8092 Zürich

E-mail: matus.mihalak@inf.ethz.ch

V tomto príspevku sa zaoberáme optimalizačným problémom odhaľovania sietí. Presnejšie, pre danú sieť, ktorá je modelovaná ako graf $G = (V, E)$, jej vrcholy V sú známe a cieľom je zistiť množinu hrán E pomocou čo najmenšieho počtu „dotazov“. Dotaz je špecifikovaný vrcholom siete a vráti určitú (lokálnu) informáciu o sieti (jej hranách). V tomto príspevku stručne predstavíme dva modely dotazov. V takzvanom LG modeli dotaz vrcholu v vráti všetky najkratšie cesty z vrcholu v do všetkých ostatných vrcholov. V takzvanom DIST modeli dotaz vrcholu v vráti vzdialenosti do ostatných vrcholov grafu. Ďalej predstavíme tento problém v jeho off-line a on-line verzii. Rýchlo si načrtneme naše výsledky pre off-line verziu (NP-úplnosť, aproximatívne algoritmy, optimálne riešenia pre špeciálne triedy grafov) a v hlbšej miere sa budeme venovať on-line verzii, v ktorej náš hlavný záujem bude štúdium kompetitívnych algoritmov.

¹Tato přednáška je založena na spoločnej práci se Z. Beerliovou, F. Eberhardem, T. Erlebachem, A. Hallem, M. Hoffmannem a L. S. Ramem.

DAG-width - míra souvislosti pro orientované grafy

Jan Obdržálek

Laboratory for Foundations of Computer Science, University of Edinburgh
Mayfield Rd, Edinburgh EH9 3JZ, Scotland, UK

E-mail: J.Obdrzalek@ed.ac.uk

Tree-width je velmi užitečná míra souvislosti pro neorientované grafy, která doznala mnoha aplikací. Pro oblast orientovaných grafů podobně úspěšná míra dosud chyběla. Zde prezentujeme novou míru, nazvanou DAG-width, která měří jak blízko má daný graf k orientovanému acyklickému grafu (DAG). Také definujeme variantu hry na zloděje a četníky a ukážeme, že tato hra přesně charakterizuje grafy s omezenou stromovou šířkou. Dále ukážeme několik těžkých problémů, které je možné řešit v polynomiálním čase na grafech s omezenou DAG-width. Závěrem zmíníme vztah k některým dalším mírám pro orientované grafy.

ℓ -konzistentní problém splnitelnosti s omezujícími podmínkami

Ondřej Pangrác¹

Katedra aplikované matematiky MFF UK v Praze

Malostranské náměstí 25, 118 00 Praha

E-mail: pangrac@kam.mff.cuni.cz

Problém splnitelnosti s omezujícími podmínkami (Constraint Satisfaction Problem, CSP) patří k typickým úlohám teoretické informatiky. Je dána množina proměnných a systém omezujících podmínek, tzv. klauzulí. Úkolem je rozhodnout, zda existuje ohodnocení proměnných při němž jsou splněny všechny klauzule, nebo obecněji nalézt ohodnocení proměnných maximalizující počet splněných klauzulí. Je známo, že tyto úlohy jsou NP-těžké.

Instance CSP je ℓ -konzistentní pokud pro každých ℓ klauzulí existuje ohodnocení které je spňuje. Pro množinu Π typů omezujících podmínek definujeme $\rho_\ell(\Pi)$ jako maximální poměr splnitelných klauzulí ku počtu všech klauzulí přes všechny instance ℓ -konzistentní CSP s omezeními typu Π .

V případě, že Π je množina sestávající z konečně mnoha Booleovských predikátů, vyjádříme hodnotu $\rho_\infty(\Pi) = \lim_{n \rightarrow \infty} \rho_\ell(\Pi)$ jako minimum určitého funkcionálu na konvexní množině polynomů. Výsledkem toho je deterministický algoritmus (pro fixované Π) pracující v čase lineárním vzhledem k velikosti vstupu (počtu klauzulí) a $1/\varepsilon$, který buď najde nekonzistentní podmnožinu klauzulí o velikosti omezené funkcí ε nebo nalezne ohodnocení proměnných splňujících alespoň $\rho_\infty(\Pi) - \varepsilon$ ze všech klauzulí na vstupu. Navíc vyčíslíme hodnotu $\rho_\ell(\{P\})$ pro všechny jednoprvkové množiny typů predikátů arity nejvýše 3, které jsou 1-rozšiřitelné.

¹Tato přednáška je založena na společné práci se Z. Dvořákem a D. Králem.

Co vše se dá zkoumat o stavových prostorech?

Radek Pelánek

Fakulta informatiky MU v Brně

Botanická 68a, 602 00 Brno

E-mail: xpelanek@mail.muni.cz

Téma spadá do oblasti formální verifikace, konkrétně do oblasti ověřování modelů. Klasické ověřování modelu je založeno na prohledávání celého stavového prostoru modelu. Přednáška bude volným shrnutím prací, které se týkají stavových prostorů a metod jejich prohledávání. Jde jak o výsledky několika výzkumných prací z minulosti, tak o současně prozkoumávané směry.

Konkrétně půjde o následující problémy a otázky:

- Zkoumání typických vlastností stavových prostorů.
- Analýza chování metod prohledávání.
- Klasifikace modelů, jejímž cílem je automatický výběr vhodné metody prohledávání.
- Odhadování velikosti stavového prostoru.

Dvě aplikace lineárního programování v rozvrhování

Jiří Sgall¹

Matematický ústav AV ČR

Žitná 25, 115 67 Praha 1

E-mail: sgall@math.cas.cz

Lineární programování sloužilo k návrhu efektivních algoritmů již od svých počátků v polovině dvacátého století, tedy o řadu let dříve, než byl vytvořen pojem polynomiálního algoritmu, a o několik desetiletí před tím, než byl nalezen polynomiální algoritmus pro lineární programování. Dnes patří k základním technikám s mnoha zajímavými aplikacemi.

V diskrétní optimalizaci se často studují problémy popsateľné lineárními nerovnicemi s celočíselnými proměnnými; toto se nazývá celočíselný (lineární) program. Při návrhu aproximačních algoritmů pak jeden z prvních standardních pokusů o řešení vede přes nalezení optimálního zlomkového řešení odpovídajícího lineárního programu, tj. jen soustavy nerovnic bez požadavku na celočíselnost. Z takového řešení se pak snažíme najít dobré celočíselné řešení za pomoci zaokrouhlování i různých kombinatorických technik.

V této přednášce ukážeme aproximační a online algoritmy pro dva problémy z oblasti rozvrhování, které podstatným a ne zcela přímočarým způsobem používají lineární programování.

První problém je možné snadno formulovat v řeči teorie grafů. Je dán neorientovaný multigraf G (tj. jsou povoleny smyčky a násobné hrany). Cílem je najít orientaci G (tj. ke každé hraně přiřadit jeden z jejích vrcholů) tak, že maximální zátěž vrcholu je co nejmenší; zátěž vrcholu je definována jako součet vah všech hran, které do něj vstupují. V řeči rozvrhování jsou vrcholy grafu počítače a hrany úlohy, které mohou být rozvrženy jen na jednom z incidentních počítačů. Váha hrany pak znamená čas potřebný ke zpracování úlohy a orientace hran udává, na kterém počítači je úloha rozvržena. Orientace G je tedy rozvrh, přičemž maximální zátěž vrcholu je délka rozvrhu. Pro tento problém je snadné pomocí lineárního programování navrhnout 2-aproximační algoritmus, tj. najít v polynomiálním čase pro každé G orientaci se zátěží nejvýše dvakrát větší než optimum. Víme, že neexistuje lepší než 1.5 aproximační algoritmus. V přednášce předvedeme myšlenku 1.75 aproximačního algoritmu. Otevřeným problémem je najít lepší než 2-aproximační

¹Tato přednáška je založena na společné práci s T. Ebenlendrem, M. Krčálem a W. Jaworem.

algoritmus pro obecný případ hypergrafů, tj. se zavedením úloh, kde množina přípustných počítačů může mít libovolnou velikost.

Ve druhém problému je opět cílem minimalizovat délku rozvrhu, ale za jiných podmínek. Máme několik počítačů s danou rychlostí a posloupnost úloh s danou velikostí. Úlohu velikosti p lze zpracovat na počítači rychlosti s za čas p/s . Tentokrát hledáme preemptivní rozvrh, což znamená, že každou úlohu můžeme rozdělit na několik částí, které můžeme rozvrhnout na různých počítačích, případně můžeme na nějakou dobu zpracování úlohy přerušit; není ale možné části stejné úlohy zpracovávat paralelně ve stejném čase na různých počítačích. Zajímá nás online varianta problému, kde úlohy přicházejí v dané posloupnosti a po příchodu úlohy musíme přesně stanovit rozvrh všech jejích částí, bez znalosti budoucích úloh a bez možnosti měnit rozvrh předchozích úloh. (Rychlosti všech počítačů jsou dány před příchodem první úlohy.) Pro tento problém předvedeme optimální online algoritmus, tj. algoritmus, který zaručuje nejmenší možný kompetitivní (aproximační) poměr mezi všemi online algoritmy. Náš algoritmus je optimální i pro každou kombinaci rychlostí počítačů, navíc je deterministický a je optimální i mezi pravděpodobnostními algoritmy. Celkový kompetitivní poměr našeho algoritmu (tj. platný pro všechny kombinace rychlostí), a tedy kompetitivní poměr problému je mezi 2.054 a 2.718. Jeho přesná hodnota je pro nás tajemstvím, i přesto, že kompetitivní poměr pro každou kombinaci rychlostí umíme spočítat.

Řešení obtížných případů problému splnitelnosti Booleovských formulí

Pavel Surynek

Katedra teoretické informatiky a matematické logiky MFF UK v Praze
Malostranské náměstí 25, 118 00 Praha
E-mail: surynek@ktiml.mff.cuni.cz

Příspěvek se zabývá řešením obtížných případů problému splnitelnosti Booleovských formulí. Naším novým přínosem do této problematiky je návrh metody pro předzpracování Booleovských formulí s použitím konzistenčních technik známých z programování s omezujícími podmínkami a s použitím naší nové konzistenční techniky založené na dekompozici grafu reprezentujícího konfliktů ve formuli na množinu úplných podgrafů. Dekompozice grafu konfliktů na úplné podgrafy umožňuje následně provádět sice neúplné, ale přesto velmi silné uvažování o splnitelnosti dané formule. V mnoha netriviálních případech se nám podařilo rozhodnout o splnitelnosti dané formule pouze pomocí naší metody pro předzpracování bez nutnosti vykonat nákladné prohledávání. Pozitivní vlastností procesu předzpracování je jeho časová efektivita, metoda pracuje v polynomiálním čase.

Naší novou metodu jsme implementovali a srovnali její účinnost se současnými nejlepšími řešiči pro Booleovskou splnitelnost (podle výsledků posledních mezinárodních soutěží - SAT Competition 2005 a SAT Race 2006). Na jistých velmi důležitých třídách těžkých problémů Booleovské splnitelnosti jsme dosáhli několikařádrového urychlení vůči stávajícím nejvýkonnějším řešičům pro Booleovskou splnitelnost.

Porušovačské prostory: struktura a algoritmy

Petr Škovroň¹

Katedra aplikované matematiky MFF UK v Praze

Malostranské náměstí 25, 118 00 Praha

E-mail: Petr.Skovron@mff.cuni.cz

Sharir a Welzl (1992) popsali abstraktní model geometrických optimalizačních úloh, nazvaný problémy typu LP. Ty se ukázaly užitečnými při návrhu nových algoritmů. Ve svém příspěvku předvedu jiný, v jistém smyslu jednodušší, abstraktní model, kterému říkáme porušovačské prostory. Ukážu, že problémy typu LP jsou speciálním případem porušovačských prostorů, a zmíním dva algoritmy na hledání optima v porušovačských prostorech. Dále předvedeme dvě nové charakterizace problémů typu LP.

¹Tato přednáška je založena na společné práci s B. Gärtnerem, L. Rüstem a J. Matouškem.

Stromové automaty s omezeními v symbolické verifikaci programů manipulujících vyvážené stromy

Tomáš Vojnar¹

Fakulta informačních technologií, VUT v Brně

Božetěchova 2, 612 66 Brno

E-mail: vojnar@fit.vutbr.cz

V nedávné době byla navržena řada *symbolických přístupů* k automatické formální verifikaci nekonečně stavových systémů (jako jsou systémy s parametry, rekurzí, frontami, dynamickou instanciací apod.). Automatická symbolická verifikace takových systémů je založena na vhodné konečné reprezentaci nekonečných množin jejich dosažitelných stavů a manipulaci s takto reprezentovanými množinami namísto práce s jednotlivými stavy. Mezi nejčastěji používané prostředky k symbolické konečné reprezentaci nekonečných množin stavů patří různé typy konečných automatů, včetně např. konečných stromových automatů. Výhodou použití konečných automatů je, že jazyky jimi popsané jsou typicky uzavřeny vůči všem potřebným jazykovým operacím a jsou nad nimi rozhodnutelné problémy jako neprázdnost či inkluze. Nevýhodou je pak omezená vyjadřovací síla.

Jednou z oblastí, ve které byla úspěšně aplikována symbolická verifikace založená na automatech, je verifikace *programů s rekurzivními datovými strukturami*, jíž se zabývá i tento příspěvek, který se konkrétně zaměřuje na verifikaci *programů pracujících s vyváženými stromovými strukturami* (jako jsou např. AVL stromy či red-black stromy). Vzhledem k tomu, že paměťové konfigurace takových programů jsou typicky stromy, jeví se použití stromových automatů pro jejich verifikaci jako přirozené. Ovšem vznikají zde dvě překážky: (1) V rámci manipulace paměťových struktur programy může být dočasně porušen jejich stromový charakter. (2) Požadavky na vyváženost manipulovaných stromů (např. požadavek na stejný počet „černých“ uzlů v každé větvi u red-black stromů) porušují regulárnost množiny dosažitelných paměťových konfigurací a vylučují použití konečných stromových automatů.

První uvedený problém lze uspokojivě řešit na základě toho, že typické programy manipulující vyvážené stromy užívají jen omezenou sadu operací, jež mohou případně narušit stromovost paměťových struktur. Mezi tyto operace patří přidání a odebrání listu a dále stromové rotace. Ověříme-li samostatně korektnost těchto operací vhodnou specializovanou technikou, můžeme

¹Tato přednáška je založena na společné práci s R. Iosifem a P. Habermehlem.

již tyto operace modelovat jako atomické a předpokládat, že vždy pracujeme se stromy. Pro potřeby řešení druhého zmíněného problému – tedy nutnosti práce s neregulárními množinami vyvážených stromů – je v tomto příspěvku presentována nová třída stromových automatů: tzv. *tree automata with size constraints* neboli *TASC*.

TASC jsou stromové automaty, jejichž pravidla jsou strážena aritmetickými omezeními nad velikostí přijímaných stromů. Velikost stromů je měřena funkcí, která je induktivně definována na struktuře stromu s možností odkazu na symboly, které se vyskytují v jednotlivých uzlech – mezi takové míry patří např. výška stromu, maximální počet „černých“ uzlů v některé z větví apod. TASC proto umožňují popisovat množiny výškově vyvážených stromů, jako jsou právě AVL či red-black stromy. Přitom lze ukázat, že TASC jsou uzavřeny vůči sjednocení, průniku i doplňku, lze je determinizovat a problémy neprázdnosti a inkluze jsou nad nimi rozhodnutelné. Navíc všechny potřebné ukazatelové operace nad stromy lze implementovat jako operace nad určitou, v praxi postačující podtřídou TASC.

Výše uvedené vlastnosti umožňují využití TASC pro semi-automatickou verifikaci procedur manipulujících vyvážené stromy, kde uživatel popíše (pomocí TASC) vstupní a výstupní struktury verifikované procedury a také invarianty jejich cyklů. Automatické odvození invariantů cyklů v podobě TASC je pak jedním ze zajímavých budoucích výzkumných témat.

Maximalizace submodulárních funkcí v matroidech

Jan Vondrák¹

Department of Mathematics, Princeton University
Washington Rd, Princeton, NJ 08544, Spojené státy
E-mail: jvondrak@gmail.com

Několikero problémů kombinatorické optimalizace zapadá do následujícího schématu: Pro daný matroid M a submodulární funkci $f(S)$, která množina S nezávislá v M maximalizuje $f(S)$? Hladový algoritmus dosahuje alespoň $1/2$ optimální hodnoty, a tento fakt byl objeven několikrát v různých kontextech. V některých případech byl tento algoritmus vylepšen na $(1 - 1/e)$ -aproximaci. Je známo, že lepší aproximační faktor dosáhnout nelze, pokud $P \neq NP$.

Cílem tohoto projektu je sjednocení dosavadních přístupů a dosažení $(1 - 1/e)$ -aproximace pro libovolnou submodulární funkci f a matroid M . Tohoto cíle jsme dosáhli zatím pouze ve speciálním případě submodulárních funkcí, které lze vyjádřit jako kombinaci vážených matroidových ranků. Tato třída zahrnuje všechny případy, pro které byla $(1 - 1/e)$ -aproximace známa, a některé nové relevantní problémy, ale neobsahuje všechny submodulární funkce.

¹Tato přednáška je založena na společné práci s G. Calinescem, C. Chekurim a M. Pálem.