

# **SOUČASNÉ TRENDY TEORETICKÉ INFORMATIKY**

10.–11. června 2011, Praha

Z. Dvořák (ed.)



# Úvodní slovo

Konferenci Současné trendy teoretické informatiky pořádá Institut Teoretické Informatiky každé dva roky pravidelně již od roku 2003. Cíl a účel konference zůstává stejný: Rádi bychom vytvořili domácí fórum pro kvalitní výsledky českých a slovenských informatiků, které byly prezentovány na prestižních mezinárodních konferencích. Publikování na mezinárodních výběrových konferencích (např. CAV, CCC, COCOON, CP, CONCUR, ESA, FOCS, GD, ICALP, LATIN, LICS, MFCS, SODA, STACS, STOC, SWAT nebo WADS), kde bývá troj- a vícenásobný počet zaslaných příspěvků vůči počtu přijatých příspěvků, je měřítkem kvality a úspěšnosti vědecké práce.

Na konferenci STTI 2011 jsme pozvali ty mladé české a slovenské informatiky, kteří uspěli v této konkurenci v posledních letech a jejichž práce byly referovány na některé z těchto mezinárodních akcí. Uspořádáním této konference chceme dát možnost široké odborné veřejnosti seznámit se s výsledky, kterým se dostalo mezinárodního uznání. Doufáme, že konference splní svůj účel a povzbudí české informatiky v další práci.

Na konferenci bylo pozváno celkem 37 mladých českých a slovenských informatiků, z nichž 21 se konference zúčastní. Kromě nich přednese hlavní přednášku Pavel Pudlák z Matematického ústavu Akademie věd. Velmi nás těší nebývale velký zájem o konferenci mezi českou a slovenskou odbornou veřejností, o kterém svědčí fakt, že na konferenci se zaregistrovala řada účastníků, kteří na ní nemají příspěvek.

Konference STTI 2011 se uskuteční ve dnech 10.–11. června 2011 v Praze v budově MFF UK na Malostranském náměstí. Konference je organizována a podporována Institutem teoretické informatiky (ITI) (projekt MŠMT 1M0545) ve spolupráci s Katedrou aplikované matematiky MFF UK. Rád bych poděkoval paní Giorgadze, paní Polišenské, Idě Kantor, Danu Kráľovi, a zvláště pak hlavnímu organizátorovi Zdeňku Dvořákovi za jejich pomoc při organizaci konference.

Jaroslav Nešetřil



# Obsah

Úvodní slovo . . . . .	1
Obsah . . . . .	3
Hlavní přednáška konference . . . . .	5
Program konference . . . . .	7

## Abstrakty příspěvků

Stanislav Bohm: Problémy na one-counter machine . . . . .	11
Tomáš Brázdil: Plánování stochasticky generovaných úloh . . . . .	13
Václav Brožek: Stochastické hry s jedním čítačem . . . . .	14
Josef Cibulka: Množiny permutací s omezenou VC-dimenzí . . . . .	15
Pavol Černý: Jednoprůchodové překladače . . . . .	16
Zdeněk Dvořák: Rozhodování vlastností prvního řádu v řídkých grafech	17
Vojtěch Forejt: Verifikace Markovových rozhodovacích procesů s několika dlouhodobými průměry . . . . .	18
Radoslav Fulek: Hanani-Tutte a Monotónne Kreslenia . . . . .	19
Robert Ganian: Existují dobré orientované šířkové parametry? . . . . .	20
Jakub Chaloupka: Užítí techniky zlepšování strategie pro přežití . . . . .	21
Eva Jelínková: Rovinná směrovost rovinných částečných 3-stromů s ome- zenými stupni vrcholů . . . . .	22
Filip Konečný: Tranzitivní uzávěry periodických relací . . . . .	23
Richard Královič: Informačná zložitost online problémov . . . . .	24
Jan Krčál: Měření výkonu stochastických systémů se spojitým časem pomocí časových automatů . . . . .	25
Jan Křetínský: Stochastické hry v reálném čase s kvalitativními cíli danými časovými automaty . . . . .	26
Jan Kynčl: O třech parametrech neviditelnostních grafů . . . . .	27
Bernard Lidický: $k$ -na-cestě pro spáruprosté grafy . . . . .	28
Jan Obdržálek: Kliková šířka a řešení některých těžkých problémů . . . . .	29
Vojtěch Řehák: High-level Message Sequence Charts a detekce souběhu	30
Tomáš Vyskočil: Věrohodné (faithful) reprezentace grafů pomocí ostrovů na rozšířené mřížce . . . . .	31
Stanislav Živný: Složitost konzervativních VCSP . . . . .	32



# Hlavní přednáška konference

## Pseudonáhodné generátory pro omezené třídy obvodů

**Pavel Pudlák**

Matematický ústav AV ČR

puhlak@math.cas.cz

Pseudonáhodné generátory mají význam v praxi, protože umožňují eliminovat náhodnost v pravděpodobnostních algoritmech a konstruovat těžké problémy pro kryptografické účely. Mnohem důležitější jsou ale z teoretického hlediska díky souvislostem s dolními odhady na složitost. Všeobecně přijímaná hypotéza je, že existují pseudonáhodné generátory, které jsou odolné vůči testování libovolnými booleovskými obvody polynomiální velikosti. Dosud se ale podařilo odolnost dokázat jen pro omezené třídy obvodů. V přednášce podám krátký přehled nejdůležitějších výsledků v oblasti pseudonáhodných generátorů pro omezené třídy obvodů a soustředím se na pokrok dosažený v poslední době.





# Program konference

## Program STTI'11

### pátek 10.6.

**8:30** začátek registrace

**9:00** Pavel Pudlák: *Pseudonáhodné generátory pro omezené třídy obvodů*

**9:50** Tomáš Brázdil: *Plánování stochasticky generovaných úloh*

**10:10** přestávka

**10:30** Radoslav Fulek: *Hanani-Tutte a Monotónne Kreslenia*

**10:55** Eva Jelínková: *Rovinná směřovost rovinných částečných 3-stromů s omezenými stupni vrcholů*

**11:20** Jan Kynčl: *O třech parametrech neviditelnostních grafů*

**11:45** Tomáš Vyskočil: *Věrohodné (faithful) reprezentace grafů pomocí ostrovů na rozšířené mřížce*

**12:05** oběd

**14:00** Robert Ganian: *Existují dobré orientované šířkové parametry?*

**14:25** Jan Obdržálek: *Kliková šířka a řešení některých těžkých problémů*

**14:50** Zdeněk Dvořák: *Rozhodování vlastností prvního řádu v řídkých grafech*

**15:15** Bernard Lidický: *k-na-cestě pro spáruprosté grafy*

**15:35** přestávka

**16:00** Josef Cibulka: *Množiny permutací s omezenou VC-dimenzí*

**16:25** Jan Křetínský: *Stochastické hry v reálném čase s kvalitativními cíli danými časovými automaty*

**16:50** Václav Brožek: *Stochastické hry s jedním čítačem*

**17:15** Jan Krčál: *Měření výkonu stochastických systémů se spojitým časem pomocí časových automatů*

**17:40** Jakub Chaloupka: *Užití techniky zlepšování strategie pro přežití*

**18:00** problémová sekce

**19:30** večere

## **sobota 11.6.**

**9:00** Filip Konečný: *Tranzitivní uzávěry periodických relací*

**9:25** Richard Královič: *Informačná zložitost online problémov*

**9:50** Stanislav Živný: *Složitost konzervativních VCSP*

**10:10** přestávka

**10:30** Stanislav Bohm: *Problémy na one-counter machine*

**10:55** Pavol Černý: *Jednoprůchodové překladače*

**11:20** Vojtěch Forejt: *Verifikace Markovových rozhodovacích procesů s několika dlouhodobými průměry*

**11:45** Vojtěch Řehák: *High-level Message Sequence Charts a detekce souběhu*

**12:05** oběd

Všechny přednášky se budou konat v posluchárně S3 v budově Matematicko-fyzikální fakulty UK na Malostranském náměstí.

# Abstrakty příspěvků



# Problémy na one-counter machine

Stanislav Bohm

Fakulta elektrotechniky a informatiky, VŠB-TUO

E-mail: stanislav.bohm@vsb.cz

Důležitým problémem v informatice je ověření, zdali nějaký systém odpovídá své specifikaci. Jedna možnost je využít simulaci a testování. Pomocí těchto technik lze v programech odhalit chyby a vytvářet tak spolehlivější software. Na druhou stranu tyto metody nikdy plně chybu nevyloučí. Dalším přístupem je formální verifikace. Tento nástroj nám dává možnost ověřit chování systému vůči specifikaci ve všech možných stavech. Důkaz korektnosti systému může být prováděn ručně nebo se může jednat o automatizovaný proces. Jednou z metod automatické formální verifikace je *ověřování ekvivalencí*.

Při ověřování ekvivalencí jsou na vstupu dva systémy (typicky specifikace a implementace) a ptáme se, zdali se oba systémy „chovají stejně“. Přírozená otázka je pak složitost tohoto ověření. Jednou z nejčastěji zkoumaných ekvivalencí v této metodě je *bisimulace*.

*One-counter machine* je stroj s konečnou řídicí jednotkou a s možností zapamatovat si jedno libovolně velké přirozené číslo. Každý krok stroje je možné k tomuto číslu přičíst nebo odečíst jedničku. Stroj dále může testovat, zdali je číslo rovno nule nebo je kladné. Stroj je nedeterministický, ale neobsahuje  $\varepsilon$ -přechody. *One-counter net* je one-counter machine, ve kterém není možné testovat nulu (je možné testovat pouze kladnou hodnotu). *Real-time one-counter* je deterministický one-counter machine.

V roce 2000 ukázal Petr Jančar, že otázka bisimilarity pro one-counter machine je rozhodnutelná, článek však neobsahuje žádný přesnější odhad složitosti. Analýzou tohoto textu odvodil Yen v nepublikovaném článku horní omezení prostorové složitosti trojitou exponenciálou. PSPACE-obtížnost tohoto problému vyplývá z výsledků Jířího Srby pro *visible one-counter nets*. Jedná se o variantu one-counter nets, ve které jméno akce přesně určuje operaci s číslem (přičtení / odečtení jedničky).

V roce 2010 jsme s kolegy Stefanem Göllerem and Petrem Jančarem přinesli dva nové výsledky. V našem článku jsme ukázali, že problém bisimilarity pro one-counter machines leží v PSPACE. Díky tomuto výsledku můžeme, spolu s předchozími výsledky, odvodit, že tento problém je

PSPACE-úplný. Druhý výsledek se týká otázky regularity one-counter machine, tedy zdali je zadaný systém ekvivalentní nějakému konečně stavovému systému. Ukázali jsme, že tento problém je PTIME-úplný.

Dále jsme na jaře 2011 se Stefanem Göllerem ukázali, že problém jazykové ekvivalence pro real-time one-counter a jeho regularita jsou NL-úplné problémy. Předchozí známá horní mez pro tento problém byla časová složitost  $O\left(2^{\sqrt{n \log n}}\right)$  díky výsledkům Valianta a Pettersona pro deterministický one-counter machine s možností  $\varepsilon$ -kroků.

# Plánování stochasticky generovaných úloh

**Tomáš Brázdil**

Fakulta informatiky MU

E-mail: [xbrazdil@fi.muni.cz](mailto:xbrazdil@fi.muni.cz)

V přednášce se zaměřím na problém plánování stochasticky generovaných úloh pro jeden procesor. Úlohy mohou být různého typu, přičemž každý typ má fixní pravděpodobnost generování dalších podúloh. Zajímáme se o náhodné proměnné, které zachycují čas a prostor nutný pro kompletní vyřešení dané úlohy (včetně podúloh). Studujeme vlastnosti těchto proměnných (konečnost očekávané hodnoty, pravděpodobnost velkých hodnot, atd.) pro různé typy plánovačů. Dále se zabýváme existencí plánovačů, které minimalizují očekávaný prostor nutný pro vyřešení dané úlohy a také návrhem algoritmů pro výpočet takových plánovačů. Tento výzkum je motivován problematikou plánování procesoru pro programy s vlákny, která potom odpovídají formálním úlohám. Cílem je nalézt plánovač, který minimalizuje počet čekajících vláken.

# Stochastické hry s jedním čítačem

Václav Brožek

School of Informatics, University of Edinburgh

E-mail: [vbrozek@inf.ed.ac.uk](mailto:vbrozek@inf.ed.ac.uk)

Pro tahové stochastické hry dvou hráčů, které jsou hrány na přechodovém grafu konečného automatu s jedním čítačem, studujeme kvalitativní optimalizaci pravděpodobnosti vynulování čítače, začíná-li se s kladnou hodnotou. Přesněji, jeden z hráčů se snaží zajistit, aby tato pravděpodobnost byla 1, a druhý, aby byla menší než 1. Navrhujeme algoritmus pro rozhodování, která z možností nastane, a také popíšeme strukturu výherních strategií pro oba hráče. Složitost problému nalezneme v průniku NP a coNP pro hry a v deterministickém polynomiálním čase pro Markovovy rozhodovací procesy (hry bez jednoho z hráčů). Poskytneme rovněž redukci z problému dosažitelnosti pro konečné stochastické hry, vylepšení výše popsaného horního odhadu by tedy znamenalo průlom ve 20 let otevřeném problému. Pro potřeby řešení hlavního problému studujeme ještě související kritéria popisující limitní chování čítače. Pro ně podáme kompletní kvantitativní analýzu včetně počítání optimální pravděpodobnosti a konstrukce výherních strategií.



# Množiny permutací s omezenou VC-dimenzí

Josef Cibulka

Matematicko-fyzikální fakulta UK v Praze

E-mail: cibulka@kam.mff.cuni.cz

Bijekci  $\pi : [n] \rightarrow [n]$ , kde  $[n]$  značí množinu  $\{1, \dots, n\}$ , budeme nazývat *n-permutací*. Restrikce  $\pi$  na  $k$ -tici  $(a_1, a_2, \dots, a_k)$  pozic (kde  $1 \leq a_1 < \dots < a_k \leq n$ ) je  $k$ -permutace  $\pi'$  splňující  $\forall i, j : \pi'(i) < \pi'(j) \Leftrightarrow \pi(a_i) < \pi(a_j)$ .

VC-dimenze množiny  $\mathcal{P}$   $n$ -permutací je maximální velikost  $k$  množiny pozic  $(a_1, \dots, a_k)$  takové, že každá  $k$ -permutace se vyskytuje jako restrikce permutace z  $\mathcal{P}$  na  $(a_1, \dots, a_k)$ . Příkladem třídy permutací s VC-dimenzí  $k$  je třída  $n$ -permutací s pevně danou zakázanou  $(k+1)$ -permutací. Marcus s Tardosem v roce 2004 dokázali, že třída  $n$ -permutací s danou zakázanou permutací  $\pi$  má velikost nejvýše  $c_\pi^n$ .

Označme  $r_k(n)$  maximální velikost třídy permutací s VC-dimenzí  $k$ . Raz v roce 2000 dokázal, že  $r_2(n) \leq c^n$ .

My dokážeme, že pro  $k \geq 3$  už  $r_k(n)$  rostou v  $n$  rychleji než exponenciálně, ale pouze nepatrně. Pro  $k = 3$  platí  $2^{n \log_2(\alpha(n)) - O(n)} \leq r_3(n) \leq 2^{2n \log_2(\alpha(n)) + O(n)}$ , kde  $\alpha(n)$  značí inverzní Ackermannovu funkci. Dále například pro sudá  $k \geq 6$  ukážeme, že

$$r_k(n) \in 2^{n(\frac{1}{t!}\alpha(n)^t \pm O(\alpha(n)^{t-1}))}, \text{ kde } t = (k-2)/2.$$

Dolní odhady využívají konstrukcí Davenportových-Schinzelových posloupností (DS-posloupností).

Řekneme, že  $(0, 1)$ -matice  $M$  obsahuje  $B$ -násobnou  $(r, s)$ -formaci, pokud lze řádky  $M$  rozložit do  $s$  intervalů tak, aby existovalo  $r$  sloupců, z nichž každý má v každém z intervalů řádků alespoň  $B$  jedniček. Dokážeme, že pro každé  $k \geq 3$  existuje pomalu rostoucí funkce  $\beta_k(n)$  (definovaná pomocí  $\alpha(n)$ ) taková, že pro každé  $B > 0$  každá  $(0, 1)$ -matice velikosti  $n \times n$  s alespoň  $\beta_k(n)B$  jedničkami v každém sloupci obsahuje  $B$ -násobnou  $(B, k)$ -formaci. Toto tvrzení, vycházející z odhadů maximální délky DS-posloupností a jim příbuzných, takzvaných formaceprostých posloupností, použijeme pro důkaz horního odhadu na  $r_k(n)$ .

Dalším mezivýsledkem jsou, pro pevná  $k \geq 4$ , nepatrně větší než lineární a navzájem si blízké horní a dolní odhady na maximální počet jedniček v  $(0, 1)$ -matici, která na žádné  $k$ -tici sloupců neobsahuje všechny  $k$ -permutační matice najednou.

Příspěvek obsahuje výsledky společné práce s J. Kynčlem.

# Jednoprůchodové překladače

**Pavol Černý**

IST Austria

E-mail: [pavol.cerny@ist.ac.at](mailto:pavol.cerny@ist.ac.at)

Představíme nový model překladačů - jednoprůchodové překladače (streaming transducers) - a uvedeme několik aplikací ve verifikaci programů, které manipulují s datovými strukturami. Jednoprůchodové překladače definují (parciální) funkce ze vstupních slov na výstupní slova. Mají konečný počet kontrolních stavů, a konečný počet proměnných nad slovy. Naše hlavní výsledky jsou, že ekvivalence dvou jednoprůchodových překladačů je rozhodnutelná (v PSPACE), a že při konečných abecedách je jejich expresivita stejná jako expresivita klasických dvousměrných překladačů.

# Rozhodování vlastností prvního řádu v řídkých grafech

Zdeněk Dvořák

Matematicko-fyzikální fakulta UK v Praze

E-mail: rakdver@kam.mff.cuni.cz

Mnoho parametrizovaných problémů pro grafy lze vyjádřit formulemi prvního řádu. Jako příklad uveďme přítomnost (pevného, předem daného) podgrafu či existenci dominující množiny velikosti  $k$  (kde  $k$  je pevné přirozené číslo). Vlastnosti popsané těmito formulemi lze rozhodovat v polynomiálním čase, kde exponent polynomu závisí na velikosti formule.

V tomto příspěvku ukážeme, že pro mnoho přirozených tříd řídkých grafů (pro třídy grafů s *omezenou expanzí* či *lokálně omezenou expanzí*) lze takové vlastnosti rozhodovat v lineárním či skoro lineárním čase. Toto zobecňuje a zesiluje dříve dosažené výsledky ohledně testování vlastností prvního řádu pro grafy (lokálně) neobsahující pevný zakázaný minor.

Příspěvek obsahuje výsledky společné práce s D. Králem a R. Thomasem.

# Verifikace Markovových rozhodovacích procesů s několika dlouhodobými průměry

Vojtěch Forejt

Fakulta informatiky MU

E-mail: [forejt@fi.muni.cz](mailto:forejt@fi.muni.cz)

Předmětem našeho zájmu jsou konečněstavové Markovovy rozhodovací procesy (tj. systémy s nedeterminismem a pravděpodobností) a cílové podmínky vyjádřené jako dlouhodobý průměr. Problémem je rozhodnout, zda existuje plánovač pro daný Markovův rozhodovací proces, který zajistí, že všechny dané podmínky jsou splněny, případně najít plánovač, který dosahuje požadovaných hodnot. Zabýváme se dvěma druhy podmínek: maximalizací středních hodnot dlouhodobého průměru, a maximalizací pravděpodobností, že dlouhodobý průměr překoná danou hodnotu.

Dokážeme, že problém maximalizace středních hodnot vyžaduje využití paměti i náhodnosti u plánovačů, ale že konečná paměť je dostačující. Oproti tomu pro problém maximalizace pravděpodobnosti je potřeba nekonečná paměť. Dále ukážeme, že problém rozhodnutí zda existuje plánovač dosahující požadovaných hodnot je rozhodnutelný v polynomiálním čase a že pro oba druhy podmínek je možné spočítat nebo aproximovat Paretovu křivku dosažitelných hodnot.

Příspěvek obsahuje výsledky společné práce s T. Brázdilem, V. Brožkem, K. Chatterjee a A. Kučerou.

# Hanani-Tutte a Monotónne Kreslenia

**Radoslav Fulek**

École polytechnique fédérale de Lausanne

E-mail: [radoslav.fulek@epfl.ch](mailto:radoslav.fulek@epfl.ch)

Kreslenie grafu nazveme  $x$ -monotónne, ak každá hrana pretína každú vertikálnu priamku najviac jeden krát. Pach a Tóth ukázali, že ak má graf  $G$   $x$ -monotónne kreslenie, v ktorom sa každý pár hrán pretína párny počet krát, potom vieme prekresliť hrany grafu  $G$  tak, že výsledné kreslenie je  $x$ -monotónne a bez priesečníkov. V našej práci podáme nový dôkaz tohto výsledku a kladne odpovieme na otázku položenú Pachom an Tóthom, či tvrdenie ostane pravdivé, ak susediacim hranám dovolíme pretínať sa nepárne veľa krát.

Príspevek obsahuje výsledky spoločné práce s M. Pelsmajer, M. Schaefer a D. Stefankovic.

# Existují dobré orientované šířkové parametry?

**Robert Ganian**

Fakulta informatiky MU

E-mail: gwec@email.cz

V posledních letech byla představena celá řada šířkových parametrů na orientovaných grafech. Ačkoliv je většina těchto parametrů inspirována stromovou šířkou neorientovaných grafů, žádná z těchto orientovaných šířek není příliš vhodná k návrhu parametrizovaných algoritmů. Na druhou stranu, ty orientované šířky, které jsou vhodné k návrhu parametrizovaných algoritmů, nemají hezké strukturální vlastnosti - nejsou uzavřené na orientované topologické minory a nedají se popsat pomocí cops-and-robber her.

Mnoho úsilí bylo věnováno nalezení šířky, která by byla vhodná k návrhu celé řady parametrizovaných algoritmů a přitom měla požadované "hezké" strukturální vlastnosti. My jsme dokázali, že žádná taková šířka nemůže existovat. Konkrétně, pokud by nějaká orientovaná šířka byla uzavřená na orientované topologické minory a zároveň byla schopná řešit všechny MS1 problémy v FPT čase, pak je tato šířka buď ekvivalentní neorientované stromové šířce daného grafu, nebo  $P=NP$ .

# Užití techniky zlepšování strategie pro přežití

**Jakub Chaloupka**

Fakulta informatiky MU

E-mail: 60400@mail.muni.cz

Navrhujeme nový algoritmus pro řešení Mean-Payoff her (MPGs). Kromě řešení MPG v obvyklém smyslu, zjistí náš algoritmus o hře více informací, které jsou důležité vzhledem k aplikacím. Ohodnocení hran MPG může reprezentovat získanou/spotřebovanou energii – v závislosti na znaménku. Náš algoritmus spočítá pro každý vrchol minimální množství počáteční energie, které je potřeba pro hráče Max, aby z daného vrcholu zajistil, že úroveň energie nikdy neklesne pod nulu. Náš algoritmus není prvním algoritmem, který počítá minimální dostatečné počáteční energie, ale dle naší experimentální studie je to nejrychlejší algoritmus, který je počítá. Důvodem je, že používá techniku zlepšování strategie, která je v praxi velmi efektivní.

# Rovinná směrovost rovinných částečných 3-stromů s omezenými stupni vrcholů

Eva Jelínková

Matematicko-fyzikální fakulta UK v Praze

E-mail: efa@matfyz.cz

*Směrovostí grafu  $G$*  nazýváme minimální počet různých směrů hran v nakreslení grafu  $G$  pomocí úseček. Je-li graf  $G$  rovinný, potom *rovinnou směrovostí  $G$*  rozumíme minimální počet různých směrů hran v rovinném nakreslení  $G$  pomocí úseček. Je známo, že každý rovinný graf lze pomocí úseček rovinně nakreslit.

Pro každé pevné  $k$  definujeme  $k$ -strom rekurzivně: úplný graf na  $k$  vrcholech je  $k$ -strom. Jestliže graf  $G$  je  $k$ -strom a je-li  $K$  klika velikosti  $k$  v grafu  $G$ , potom graf vzniklý přidáním nového vrcholu do  $G$  a spojením tohoto vrcholu hranou s každým vrcholem  $K$  je také  $k$ -strom. Podgraf  $k$ -stromu se nazývá *částečným  $k$ -stromem*.

Zabýváme se grafy s maximálním stupněm  $\Delta$ . Ukážeme, že rovinná směrovost každého rovinného částečného 3-stromu je nejvýše  $O(\Delta^5)$ . Tento výsledek platí i pro rovinná nakreslení částečných 3-stromů, tj., máme-li navíc pevně zadáno, které hrany spolu tvoří stěny a která stěna je vnější.

Tímto také kladně odpovídáme na otázku Dujmovicové, Sudermana a Wooda [Computational Geometry 38 (3), pp. 194–212 (2007)], zda existuje funkce  $f$  taková, že každé rovinné nakreslení maximálního vnějškově rovinného grafu může být nakresleno pomocí nejvýše  $f(\Delta)$  směrů.

Příspěvek obsahuje výsledky společné práce s V. Jelínkem, J. Kratochvílem, B. Lidickým, M. Tesařem a T. Vyskočilem.



# Tranzitivní uzávěry periodických relací

**Filip Konečný**

Fakulta informačních technologií VUT v Brně

E-mail: [ikonecny@fit.vutbr.cz](mailto:ikonecny@fit.vutbr.cz)

Výpočet tranzitivních uzávěrů relací na množině celých čísel je klíčem k nalezení přesných invariantů programů s celočíselnými proměnnými. V přednášce bude prezentován efektivní algoritmus pro výpočet tranzitivních uzávěrů relací diferenčních mezí, oktagonálních relací, a afinních transformací konečných monoidů. Přínosy této práce jsou dvojí. Po teoretické stránce se jedná o obecné řešení pro výpočet tranzitivního uzávěru pro všechny tři třídy zmíněné výše. V praxi je nová metoda až o čtyři řády rychlejší než předchozí, což z ní činí slibný přístup pro verifikaci programů s celočíselnými proměnnými.

# Informačná zložitosť online problémov

**Richard Královič**

Fakulta matematiky, fyziky a informatiky UK Bratislava

E-mail: rkralovi@dcs.fmph.uniba.sk

Hoci je pojem „informácia“ veľmi často používaný, je ťažké ho matematicky presne zdefinovať. Medzi možné prístupy patrí koncept entropie navrhnutý C. Shannonom a koncept informačného obsahu binárnych slov navrhnutý G. J. Chaitinom a A. Kolmogorovom. Hoci sú oba tieto koncepty mimoriadne užitočným nástrojom, neumožňujú merať množstvo informácie obsiahnutej v konkrétnych objektoch. V tomto príspevku navrhujeme definíciu informačného obsahu online problémov ako množstvo informácie, ktorá umožní nájsť optimálne (alebo takmer optimálne) riešenie danej inštalácie. Pre navrhnutú definíciu ukážeme horné aj dolné ohraničenia informačného obsahu pre viacero online problémov (paging, disjoint path allocation a job shop scheduling).

# Měření výkonu stochastických systémů se spojitým časem pomocí časových automatů

**Jan Krčál**

Fakulta informatiky MU  
E-mail: [krca1@fi.muni.cz](mailto:krca1@fi.muni.cz)

Navrhujeme využít deterministické časové automaty jako jazyk pro specifikaci požadavků na výkon a spolehlivost stochastických procesů se spojitým časem. Chování stochastického procesu lze vyjádřit nekonečným časovým slovem. Specifikační časový automat pozoruje toto chování, tedy postupně čte generované časové slovo a podle toho přechází mezi svými řídicími stavy. Zajímá nás dlouhodobé chování tohoto pozorujícího časového automatu, přesně řečeno limita frekvencí návštěv jeho jednotlivých řídicích stavů. Tímto způsobem můžeme popsat poměr případů, kdy je v dlouhodobém chování systému splněna vlastnost lineárního času, zadaná takovým časovým automatem.

# Stochastické hry v reálném čase s kvalitativními cíli danými časovými automaty

**Jan Křetínský**

Fakulta informatiky MU

E-mail: [jan.kretinsky@email.cz](mailto:jan.kretinsky@email.cz)

Uvažujeme hry dvou hráčů na pravděpodobnostních procesech s reálným časem, kde cíl je dán časovým automatem. Cílem prvního hráče je, aby časové slovo generované hrou bylo přijato časovým automatem s pravděpodobností 1. Cílem druhého hráče je opak. Dokážeme, že kdykoli má první hráč vítěznou strategii, má také vítěznou strategii popsanou časovým automatem. Tato strategie daná časovým automatem čte historii hry a její rozhodnutí závisí jen na regionu aktuální konfigurace. Rovněž poskytujeme algoritmus běžící v exponenciálním čase, který vypočítá vítěznou strategii, pokud existuje.

# O třech parametrech neviditelnostních grafů

Jan Kynčl

Matematicko-fyzikální fakulta UK v Praze

E-mail: [kyncl@kam.mff.cuni.cz](mailto:kyncl@kam.mff.cuni.cz)

Neviditelnostní graf  $I(X)$  množiny  $X$  v euklidovském prostoru je (typicky nekonečný) graf, jehož vrcholy jsou body  $X$  a dva vrcholy jsou spojeny hranou právě tehdy, když úsečka, která je spojuje, není celá obsažena v  $X$ . Uvažujeme následující tři parametry:  $\omega(X) := \omega(I(X))$  (klikovost),  $\chi(X) := \chi(I(X))$  (barevnost) a  $\gamma(X)$ , což je minimální počet konvexních podmnožin, které pokryjí  $X$ . Dokážeme: (1) existují rovinné množiny s klikovostí 3 a libovolně velkou barevností, (2) existuje funkce  $f$  taková, že pro každou množinu  $X \subseteq \mathbb{R}^2$  platí  $\gamma(X) \leq f(\chi(X))$ . Tím potvrdíme platnost domněnky Matouška a Valtra.

V Euklidovském prostoru dimenze 5 zkonstruujeme množiny  $X$  s  $\chi(X) = 3$  a libovolně velkým  $\gamma(X)$ .

Příspěvek obsahuje výsledky společné práce s J. Cibulkou, V. Mészáros, R. Stolařem a P. Valtrem.

## **$k$ -na-cestě pro spáruprosté grafy**

**Bernard Lidický**

Matematicko-fyzikální fakulta UK v Praze

E-mail: [bernard@kam.mff.cuni.cz](mailto:bernard@kam.mff.cuni.cz)

Rozhodovat  $k$ -na-cestě, tedy zda v grafu existuje indukovaná cesta obsahující  $k$  vybraných vrcholů, je NP-úplný problém již pro  $k = 3$ . V příspěvku ukážeme, že pro každé pevné  $k$  existuje algoritmus běžící v polynomiálním čase, který řeší  $k$ -na-cestě pro spáruprosté grafy. Dále ukážeme, že pokud je  $k$  součástí vstupu, problém  $k$ -na-cestě je NP-úplný pro line grafy, tudíž i pro spáruprosté grafy.

Příspěvek obsahuje výsledky společné práce s J. Fialou, M. Kaminski a D. Paulusmou.

# Kliková šířka a řešení některých těžkých problémů

Jan Obdržálek

Fakulta informatiky MU

E-mail: xobdrzal@fi.muni.cz

V posledních letech vedlo užití parametrizované složitosti k mnoha novým algoritmům (a schémátům algoritmů) na (orientovaných) grafech s omezenou klikovou šířkou (clique-width) a, ekvivalentně, rank-width. I přes intenzivní výzkum stále existují dobře známé problémy, u kterých není znám ani parametrizovaný algoritmus, ani důkaz, že takový algoritmus nemůže existovat. V tomto příspěvku představíme nestandardní řešení dvou problémů na orientovaných grafech s omezenou klikovou šířkou: Minimum Leaf Out-Branching a Hranově Disjunktní Cesty.

Pro problém Minimum Leaf Out-Branching (orientovaná kostra grafu s minimálním počtem listů) ukážeme nový algoritmus běžící v čase XP (vzhledem ke klikové šířce grafu). Podotýkáme, že pro tento problém je známa  $W[2]$ -těžkost a náš (nekonstruktivní) algoritmus nepřipomíná žádný z dříve publikovaných algoritmů pro speciální případy, například Hamiltonovskou cestu. Pro druhý problém Hranově Disjunktních Cest ukážeme, že překvapivě existuje charakterizace v jazyce logiky MSO1. Lineární algoritmus (opět vzhledem ke klikové šířce) je pak přímým důsledkem tohoto faktu.

# High-level Message Sequence Charts a detekce souběhu

Vojtěch Řehák

Fakulta informatiky MU

E-mail: [rehak@fi.muni.cz](mailto:rehak@fi.muni.cz)

Message Sequence Charts (MSCs) je formalizmus pro popis komunikačních chování distribuovaných systémů. MSC specifikuje vztahy částečného uspořádání mezi komunikačními událostmi (odeslání a přijetí zprávy). Situace, kdy se dvě události uspořádané v MSC mohou při běhu implementace tohoto MSC udát v opačném pořadí, se nazývá *souběh* (*race*) a je obvykle považována za chybu návrhu. Přestože pro popisy konečných chování (BMSC) je rozhodování problému řešitelné v kvadratickém čase, problém souběhu je nerozhodnutelný pro HMSC (MSC formalizmus pro potenciálně nekonečné množiny neomezených chování). Pro vylepšení této negativní situace zavedeme pro HMSC dva nové koncepty: stopový souběh a otevřené koregiony. Ukazujeme trojí přínos našeho přístupu. Za první každé HMSC bez stopového souběhu je i bez souběhu. Za druhé každé HMSC bez souběhu může být ekvivalentně vyjádřeno i jako HMSC bez stopového souběhu s využitím otevřených koregionů. Za třetí problém detekce stopových souběhů v HMSC s otevřenými koregiony je rozhodnutelný a PSPACE-úplný.

Tyto výsledky lze interpretovat jako doporučení, aby vývojáři při modelování distribuovaných systémů nepoužívali formalizmus HMSC, kde je problém souběhu nerozhodnutelný, ale modelovali své systémy v HMSC s využitím otevřených koregionů tak, že návrhy nebudou obsahovat ani stopové souběhy. Naše výsledky dokazují, že vývojářům nabízíme formalizmus s dostatečnou vyjadřovací silou a navíc i s algoritmickou ověřitelností absence stopových souběhů.



# Věrohodné (faithful) reprezentace grafů pomocí ostrovů na rozšířené mřížce

Tomáš Vyskočil

Matematicko-fyzikální fakulta UK v Praze

E-mail: tiger@kam.mff.cuni.cz

Tento příspěvek bude o vnořování grafů do tzv. rozšířené mřížky. Rozšířená mřížka je čtvercová mřížka s přidáním úhlopříčných hranami. Naše vnoření jsou takové, kde jsou vrcholy reprezentovány množinou vrcholů z rozšířené mřížky tak, že jednotlivé vrcholy tvoří souvislý indukovaný podgraf (nazýváme je ostrovy) a dva vrcholy jsou spojeny hranou pokud spolu sousedí na mřížce i odpovídající ostrovy. Tento problém je motivován počítáním adiabatických kvantových počítačů.

Z definice tohoto problému je zřejmé, že jde o hledání indukovaných minorů na rozšířené mřížce. Motivace tohoto problému však přináší podmínky na velikost ostrovů. Naše hypotéza je taková, že pro  $k \geq 1$  je NP-těžké rozhodnout zda daný graf je reprezentovatelný pomocí ostrovů velikosti nejvýše  $k$  a podařilo se nám tuto hypotézu dokázat pro  $k > 5$  a  $k < 3$ . Z důkazu plyne překvapivá spojitost mezi dvěma, zdálo by se, nesouvisejícími třídami grafů: nitové grafy (možná lépe známe jako STRING grafy) a indukovanými podgrafy rozšířené mřížky. Hypotéza zůstává otevřena pro případy  $k = 3, 4, 5$ .

Příspěvek obsahuje výsledky společné práce s M. Coury, P. Hellem a J. Kratochvílem.

# Složitost konzervativních VCSP

Stanislav Živný

University College, Oxford

E-mail: `standa.zivny@comlab.ox.ac.uk`

V této práci studujeme složitost ohodnocených CSP (VCSP). VCSP problém je charakterizován jazykem, což je pevná množina funkcí nad konečnou doménou. Instance je dána sumou funkcí z daného jazyka a cílem je minimalizovat danou sumu. My se soustředíme na tzv. konzervativní jazyky; to jsou jazyky, které obsahují všechny funkce jedné proměnné, a tudíž umožňují libovolné omezení na domény jednotlivých proměnných. Tento problém byl studován Bulatovem [LICS'03] a Bartem [LICS'11] pro relace (CSP), Cohenem a dalšími [AIJ'06] pro dvou-prvkové domény, Deinekem a dalšími [JACM'08] pro funkce s oborem hodnot  $\{0,1\}$  (Max-CSP), a Takhanovem [STACS'10] pro jazyky s relacemi a libovolnými unárními funkcemi (Min-Cost-Hom).

Hlavním výsledkem je kompletní klasifikace konzervativních jazyků: pokud všechny funkce z daného jazyka splňují jistou podmínku (danou dvěma doplňkovými algebraickými vlastnostmi), potom libovolná instance nad tímto jazykem je řešitelná v polynomiálním čase; všechny ostatní jazyky jsou NP-těžké. Náš výsledek je první složitostní klasifikace obecných jazyků s doménou s více než dvěma prvky. Náš algoritmus je zobecněním algoritmu Cohena a dalších [TCS'08].

Příspěvek obsahuje výsledky společné práce s V. Kolmogorovem.