

SOUČASNÉ TRENDY TEORETICKÉ INFORMATIKY

7.–8. června 2013, Praha

Z. Dvořák (ed.)

Úvodní slovo

Konferenci Současné trendy teoretické informatiky pořádá Institut Teoretické Informatiky každé dva roky pravidelně již od roku 2003. Cíl a účel konference zůstává stejný: Rádi bychom vytvořili domácí fórum pro kvalitní výsledky českých a slovenských informatiků, které byly prezentovány na prestižních mezinárodních konferencích. Publikování na mezinárodních výběrových konferencích (např. CAV, CCC, COCOON, CP, CONCUR, ESA, FOCS, GD, ICALP, LATIN, LICS, MFCS, SODA, STACS, STOC, SWAT nebo WADS), kde bývá troj- a vícenásobný počet zaslaných příspěvků vůči počtu přijatých příspěvků, měřítkem kvality a úspěšnosti vědecké práce.

Na konferenci STTI 2013 jsme pozvali ty mladé české a slovenské informatiky, kteří uspěli v této konkurenci v posledních letech a jejichž práce byly referovány na některé z těchto mezinárodních akcí. Uspořádáním této konference chceme dát možnost široké odborné veřejnosti seznámit se s výsledky, kterým se dostalo mezinárodního uznání. Doufáme, že konference splní svůj účel a povzbudí české informatiky v další práci.

Na konferenci bylo pozváno celkem 38 mladých českých a slovenských informatiků, z nichž 21 se konference zúčastní. Kromě nich, hlavní přednášku přednese Daniel Král, který aktuálně působí na University of Warwick ve Velké Británii. Velmi nás těší nebývale velký zájem o konferenci mezi českou a slovenskou odbornou veřejností, o kterém svědčí fakt, že na konferenci se zaregistrovala řada účastníků, kteří na ní nemají příspěvek.

Konference STTI 2013 se uskuteční ve dnech 7.–8. června 2013 v Praze v budově MFF UK na Malostranském náměstí. Konference je organizována Informatickým ústavem University Karlovy za podpory grantů CE-ITI¹, CORES (ERC CZ) a CMI (UNCE). Rád bych poděkoval paní Giorgadze, paní Milštainové a zvláště pak hlavnímu organizátorovi Zdeňku Dvořákovi za jejich pomoc při organizaci konference.

Jaroslav Nešetřil

¹Projekt P202/12/G061 Grantové agentury ČR.

Obsah

Úvodní slovo	1
Obsah	3
Hlavní přednáška konference	5
Program konference	7

Abstrakty příspěvků

Stanislav Böhm: Jazyková ekvivalence deterministických automatů s jedním čítačem	11
Tomáš Brázdil: Výkon vs stabilita v Markovových rozhodovacích procesech 12	
Josef Cibulka: O množinách bodů bez pětiděř	13
Vladimír Čunát: Online Labeling	14
Zdeněk Dvořák: Metaalgoritmy a dynamické datové struktury	15
Vojtěch Forejt: Bezpečné chování ve hrách na lineárních hybridních systémech	16
Radoslav Fulek: Univerzálně množiny bodov pre planárne 3-stromy	17
Robert Ganian: Polynomiální kernely pro grafové problémy vyjádřitelné v MSO logice	18
Mikoláš Janota: Rozhodování QBF pomocí postupného zjemňování	19
Pavel Klavík: Rozšiřování částečných reprezentací grafů	20
Jan Krčál: Události s fixní délkou v zobecněných semi-Markovských procesech	21
Marek Krčál: Rozšiřování spojitých zobrazení: polynomialita a nerozhodnutelnost	22
Jan Křetínský: Zobecnění Rabinových automatů pro syntézu a pravděpodobnostní verifikaci	24
Jan Kynčl: Kolika způsoby lze jednoduše nakreslit graf?	25
Petr Novotný: Hry o zdroje a jejich efektivní analýza	26
Jan Obdržálek: Kernelizace přes strukturální parametry na řídkých třídách grafů	27
Vojtěch Řehák: Kdy (ne)používat phase-type aproximaci?	28
Tomáš Valla: Pokrývací hry s nízkou cenou anarchie	29

Lukáš Vokřínek: Problém vložení simplicciálních komplexů do eukleidovských prostorů	30
Lenka Zdeborová: Fázové přechody a struktura prostoru řešení v problémech splňování podmínek na náhodných grafech	31
Stanislav Živný: Minimalizace separovatelných diskrétních funkcí	32

Hlavní přednáška konference

Algoritmy pro rozhodování vlastností prvního řádu

Daniel Král

University of Warwick

D.Kral@warwick.ac.uk

Vlastnosti prvního řádu jsou vlastnosti, které lze popsat formulí v logice prvního řádu (např. existence indukované podstruktury); každou takovou vlastnost lze snadno rozhodovat v polynomiálním čase. V přednášce se zaměříme na algoritmy, kde stupeň polynomu v odhadu časové složitosti nezávisí na rozhodované vlastnosti ale pouze na třídě vstupů (jako např. v lineárním algoritmu Fricka a Groheho pro rozhodování vlastností prvního řádu ve třídě rovinných grafů). Během přednášky připomeneme některé výsledky z teorie konečných modelů a dáme je do souvislosti s existencí takových algoritmů. Poté podáme stručný přehled nedávných výsledků v této oblasti.

Program konference

Program STTI'13

pátek 7.6.

8:30 začátek registrace

9:00 Jan Kynčl: *Kolika způsoby lze jednoduše nakreslit graf?*

9:25 Radoslav Fulek: *Univerzálně množiny bodov pre planárne 3-stromy*

9:50 Pavel Klavík: *Rozšiřování částečných reprezentací grafů*

10:10 přestávka

10:30 Josef Cibulka: *O množinách bodů bez pětidě*

10:55 Lukáš Vokřínek: *Problém vložení simplicciálních komplexů do eukleidovských prostorů*

11:20 Tomáš Valla: *Pokrývací hry s nízkou cenou anarchie*

11:45 Vladimír Čunát: *Online Labeling*

12:05 oběd

14:00 Daniel Král: *Algoritmy pro rozhodování vlastností prvního řádu*

14:50 Robert Ganian: *Polynomiální kernely pro grafové problémy vyjádřitelné v MSO logice*

15:15 Zdeněk Dvořák: *Metaalgoritmy a dynamické datové struktury*

15:35 přestávka

16:00 Jan Obdržálek: *Kernelizace přes strukturální parametry na řídkých třídách grafů*

16:25 Lenka Zdeborová: *Fázové přechody a struktura prostoru řešení v problémech splňování podmínek na náhodných grafech*

- 16:50** Mikoláš Janota: *Rozhodování QBF pomocí postupného zjemňování*
- 17:15** Jan Křetínský: *Zobecnění Rabinových automatů pro syntézu a pravděpodobnostní verifikaci*
- 17:40** Stanislav Böhm: *Jazyková ekvivalence deterministických automatů s jedním čítačem*
- 18:00** problémová sekce
- 19:30** večere

sobota 8.6.

- 9:00** Stanislav Živný: *Minimalizace separovatelných diskrétních funkcí*
- 9:25** Petr Novotný: *Hry o zdroje a jejich efektivní analýza*
- 9:50** Marek Krčál: *Rozšiřování spojitých zobrazení: polynomialita a neroz-
hodnutelnost*
- 10:10** přestávka
- 10:30** Jan Krčál: *Události s fixní délkou v zobecněných semi-Markovských
procesech*
- 10:55** Tomáš Brázdil: *Výkon vs stabilita v Markovových rozhodovacích pro-
cesech*
- 11:20** Vojtěch Řehák: *Kdy (ne)používat phase-type aproximaci?*
- 11:45** Vojtěch Forejt: *Bezpečné chování ve hrách na lineárních hybridních
systémech*
- 12:05** oběd

Všechny přednášky se budou konat v posluchárně S5 v budově Matematicko-fyzikální fakulty UK na Malostranském náměstí.

Abstrakty příspěvků

Jazyková ekvivalence deterministických automatů s jedním čítačem

Stanislav Böhm

Fakulta elektrotechniky a informatiky, VŠB-TUO

E-mail: stanislav.bohm@vsb.cz

Mezi základní problémy teorie formálních jazyků patří jazyková ekvivalence. Pro klasický výpočetní model, zásobníkový automat (ZA), je jazyková ekvivalence nerozhodnutelná. Při omezení na deterministickou variantu ZA byla ekvivalence dlouhou dobu otevřený problém. V roce 1997 Sénizergues ukázal rozhodnutelnost a později Stirling (2002) primitivně rekurzivní časovou složitost. Nejlepší známá dolní mez je **PTIME** obtížnost. Tento velký rozdíl mezi dolní a horní mezí přetrvává i pro variantu bez ε -přechodů.

Deterministický automat s jedním čítačem (DAČ) patří mezi nejjednodušší nekonečně stavové systémy. Konečně stavová jednotka je rozšířena o možnost pamatovat si jedno přirozené číslo s možností testovat nulu. Jinými slovy se jedná o ZA s jedním pracovním symbolem a speciálním dnem zásobníku.

První výsledky pro DAČ pochází z roku 1975, kdy Valiant a Paterson ukázali rozhodnutelnost v čase $2^{O(\sqrt{n \log n})}$. Jednoduše lze pak prokázat **NL**-těžkost problému. V roce 2011 jsme ukázali, že jazyková ekvivalence DAČ bez ε -přechodů patří do **NL** a problém je tedy **NL**-úplný. V novém článku (S. Böhm, S. Göller, and P. Jančar. Equivalence of deterministic one-counter automata is NL-complete. STOC, 45th ACM Symposium on the Theory of Computing, 2013) jsme ukázali **NL**-úplnost i pro obecný problém s ε -přechody.

Výkon vs stabilita v Markovových rozhodovacích procesech

Tomáš Brázdil

Fakulta informatiky MU

E-mail: xbrazdil@fi.muni.cz

V přednášce budu prezentovat nové výsledky z oblasti analýzy Markovových rozhodovacích procesů. Konkrétně se zaměřím na problematiku vhodné definice *stability* kontrolerů pro Markovovy rozhodovací procesy s konečně mnoha stavy, jejichž hlavním cílem je minimalizovat průměrnou cenu akcí. Zhruba řečeno, naším cílem je nejen minimalizovat průměrnou cenu, ale také zajistit přiměřenou stabilitu cen placených za akce. Formálně bude pojem stability definován několika různými způsoby pomocí pojmu *rozptyl*. Kromě standardního rozptylu náhodné proměnné, která během procesu přiřazuje průměrnou cenu (tzv. globální rozptyl), uvedu dvě alternativní definice, které více zohledňují nestabilitu cen na jednotlivých bžích. Jedná se o tzv. lokální rozptyl a hybridní rozptyl, které vyjadřují variabilitu cen kolem průměrných hodnot jednotlivých bžů. Ukáži, že bez ohledu na to, kterou z výše uvedených definic rozptylu zvolíme, kontroler potřebuje paměť i randomizaci, aby zajistil, že průměrná cena i rozptyl jsou ohraničeny danými konstantami. Na závěr se budu zabývat algoritmickou složitostí výpočtu takových kontrolerů.

Příspěvek obsahuje výsledky společné práce s K. Chatterjee, V. Forejtem a A. Kučerou.

O množinách bodů bez pětiděř

Josef Cibulka

Matematicko-fyzikální fakulta UK v Praze

E-mail: `cibulka@kam.mff.cuni.cz`

Množina S bodů v rovině obsahuje k -díru, pokud v ní existuje k -tice bodů tvořící vrcholy konvexního k -úhelníka, v němž neleží žádné další body množiny S . Příkladem množiny bez pětiděry je čtvercová mřížka. Viditelnostní graf množiny S je graf, jehož vrcholy jsou body množiny S a dvojice vrcholů je spojena hranou právě tehdy, když jejich spojnice neobsahuje žádný bod množiny S .

Zkonstruujeme rovinnou množinu bodů bez pětiděry s libovolně velkou klikou ve viditelnostním grafu, čímž odpovíme na otázku položenou D. Woodem. Tato konstrukce je založena na obecnějším schématu, které umožňuje konstruovat další netriviální příklady množin bodů bez pětiděry. Zkonstruujeme také množinu n bodů bez šestiděry, jejíž viditelnostní graf obsahuje kliku velikosti $\Omega(n^{1/3})$.

Pro $k \geq 4$ nazveme vnitřním k -úhelníkem konvexního k -úhelníku T množinu bodů T , které neleží v žádné z polorovin obsahujících pouze jeden vrchol T . Ukážeme, že lokálně konečná množina S obsahuje k -díru právě tehdy, když obsahuje vrcholy konvexního k -úhelníka, jehož vnitřní k -úhelník neobsahuje žádný bod S .

Příspěvek obsahuje výsledky společné práce s J. Kynčlem a P. Valtrem.

Online Labeling

Vladimír Čunát

Matematicko-fyzikální fakulta UK v Praze

E-mail: vcunat@matfyz.cz

Online Labeling s parametry n a m řeší problém vkládání prvků z úplně uspořádaného univerza do pole. Každý prvek z neznámé posloupnosti délky n je postupně vložen do pole o velikosti m , kde index prvku v poli je nálepka (label) prvku. Prvky musí být v poli během celého procesu seřazeny.

Při vkládání prvku je možné, že vznikne potřeba přesunout některé prvky v poli. Každý přesun prvku je zpoplatněn jednotkovou cenou a cílem algoritmu je minimalizovat celkovou cenu, tedy celkový počet přesunů.

O Online Labelingu je známo mnoho výsledků. Zejména v deterministickém případě jsou dokázány asymptoticky těsné odhady na cenu pro celý rozsah nastavení délky pole m mezi n a 2^n . Klíčový je především odhad ceny $\Theta(n \log^2 n)$ pro $m = n + \Theta(n)$ a $\Theta(n \log n)$ pro $m = n^{1+\Theta(1)}$ [STOC'12, ESA'12]. Jsou známy také částečné odhady pro některé modifikace problému, jako možnost používat randomizovaný algoritmus, nebo omezení velikosti univerza prvků.

Odhady a algoritmy pro Online Labeling se používají především v datových strukturách, například pro Cache-Oblivious model nebo perzistenci. Díky obecné definici lze ale najít uplatnění i ve zdánlivě nesouvisejících kontextech, jako spotřeba sdílených zdrojů v dynamických distribuovaných sítích.

Příspěvek obsahuje výsledky společné práce s M. Babkou, M. Bulánkem, M. Kouckým a M. Saksem.

Metaalgoritmy a dynamické datové struktury

Zdeněk Dvořák

Matematicko-fyzikální fakulta UK v Praze

E-mail: rakdver@iuuk.mff.cuni.cz

Slavný Courcelleho výsledek říká, že každý problém vyjádřitelný v monadické logice druhého řádu (MSOL) lze v lineárním čase rozhodovat pro grafy omezené stromové šířky. Dvořák, Král' a Thomas (FOCS'10) ukázali, že problémy vyjádřitelné v logice prvního řádu (FO) lze v lineárním čase rozhodovat pro grafy s omezenou expanzí.

Zabýváme se dynamickou verzí těchto problémů, pro kterou jsme získali následující částečné výsledky: dynamickou datovou strukturu pro rozhodování MSOL pro grafy omezené stromové *hloubky*, a dynamickou datovou strukturu pro rozhodování *existenciální FO* pro grafy s omezenou expanzí.

Příspěvek obsahuje výsledky společné práce s V. Tůmou a M. Kupcem.

Bezpečné chování ve hrách na lineárních hybridních systémech

Vojtěch Forejt

University of Oxford

E-mail: vojfor@cs.ox.ac.uk

Tématem mé přednášky budou hry dvou hráčů, ve kterých je aktuální stav hry reprezentován jako bod v n dimensionálním Euklidovském prostoru. Hra se odvíjí v nekonečně mnoha tazích. V každém tahu vybere první z hráčů jednu z konečně mnoha daných konvexních množin rychlostí společně s číslem $t > 0$, a druhý hráč vybere z této konvexní množiny konkrétní rychlost r , kterou bude stav měnit po následujících t jednotek. Stav hry se tedy změní z x na $x + tr$ a pokračuje se dalším tahem.

Cílem prvního hráče je zajistit, že stav hry nikdy neopustí předem danou konvexní množinu, zatímco druhý hráč se snaží dosáhnout opaku. Ukážeme, že problém zda má první z hráčů výherní strategii je co-NP úplný a že pro fixní počet dimenzí je problém řešitelný v polynomiálním čase. Pro variantu, kdy každý časový úsek musí být násobkem předem daného čísla T se problém stane EXPTIME úplným.

Příspěvek obsahuje výsledky společné práce s R. Alur, S. Moarref a A. Trivedi.

Univerzálne množiny bodov pre planárne 3-stromy

Radoslav Fulek

École polytechnique fédérale de Lausanne

E-mail: radoslav.fulek@epfl.ch

Geometrické kreslenie grafu do roviny je taká reprezentácia grafu v rovine, v ktorej sú vrcholy reprezentované ako body a hrany ako úsečky spájajúce korešpondujúce vrcholy.

Pre každé $n \in \mathbb{N}$, skonštruujeme množinu S_n $O(n^{5/3})$ bodov v rovine takú, že každý planárny 3-strom na n vrcholoch má geometrické nakreslenie v rovine bez priesečníkov, v ktorom sú vrcholy injektívne namapované do množiny S_n . Náš výsledok je prvý subkvadratický horný odhad na veľkosť najmenej univerzálnej množiny bodov pre planárne 3-stromy, a taktiež pre 2-stromy a takzvané “series parallel graphs”.

Príspevek obsahuje výsledky spoločné práce s C. D. Tóthem.

Polynomiální kernely pro grafové problémy vyjádřitelné v MSO logice

Robert Ganian

Goethe University, Frankfurt

E-mail: gwec@email.cz

Nedávné charakterizace grafů, na kterých je možné rychle rozhodovat MSO₂ logiku, vyvolaly zvýšený zájem o grafový parametr zvaný *stromová hloubka*. S cílem nalézt podobnou charakterizaci pro MSO₁ logiku (včetně barev), zavádíme takzvanou *shrub-depth* (*křovinovou hloubku*) třídy grafů. Abychom dokázali, že je možné efektivně rozhodovat MSO₁ logiku na třídách grafů s omezenou *shrub-depth*, ukazujeme, že *shrub-depth* přesně charakterizuje grafové třídy s interpretací v barevných stromech omezené hloubky. Také zavádíme jednoduché rozšíření ko-grafů a grafů s omezenou *shrub-depth* – takzvané *m-partitní ko-grafy*, které taktéž mají omezenou klikovou šířku a které jsou quasi-uspořádané relací “být indukovaným podgrafem”, a tedy umožňují testování dědičných vlastností grafů v polynomiálním čase.

Príspevek obsahuje výsledky společné práce s P. Hliněným, J. Nešetřilem, J. Obdržálkem, P. Ossona de Mendez a R. Ramadurai.

Rozhodování QBF pomocí postupného zjemňování

Mikoláš Janota

Instituto Superior Técnico

E-mail: mikolas.janota@gmail.com

Kvantifikované Booleovy Formule (QBF) jsou přirozeným rozšířením problému splnitelnosti (SAT). Podobně jako SAT, QBF umožňují modelování v doménách jako například verifikace softwaru či plánování. Díky kvantifikátorům, QBF přináší větší expresivitu, ale také větší výpočetní složitost—rozhodnutí QBF je PSPACE-úplné.

V této přednášce se podíváme na algoritmus pro rozhodování QBF založený na metodě *zjemňování protipříkladem* (CEGAR). Pomocí této metody aproximujeme danou kvantifikovanou formuli *výrokovou* formulí, kterou postupně zjemňujeme dokud nenalezneme řešení. Aproximace, nebo také abstrakce, kvantifikované formule je konstruována částečným expandováním kvantifikátorů podle jejich sémantiky. Zjemňování je realizováno dalším expandováním této abstrakce.

Klíčovým pozorováním pro tento způsob rozhodování je že formule lze rozhodnout i po *částečné expanzi* dané formule. Například formule $\forall a \exists x. (a \vee x) \wedge (a \vee \neg x)$ lze expandovat jako $((a \vee x) \wedge (a \vee \neg x))[a/\text{False}] \wedge ((a \vee x) \wedge (a \vee \neg x))[a/\text{True}]$. Ale pro rozhodnutí formule stačí uvažovat expanzi pro $a = \text{False}$.

Experimentální vyhodnocení algoritmu ukazují, že na řadě tříd kvantifikovaných formulí, navržený algoritmus poskytuje výrazně lepší výsledky než algoritmy založené na DPLL proceduře. Na závěr zmíníme několik otázek pramenících z teoretické analýzy tohoto algoritmu související s důkazovými systémy simulující tyto rozhodovací procedury.

Rozšiřování částečných reprezentací grafů

Pavel Klavík

Matematicko-fyzikální fakulta UK v Praze

E-mail: klavik@kam.mff.cuni.cz

Pro různé druhy průnikových reprezentací se budeme zabývat problémem, kdy je na vstupu vyjma grafu dána část reprezentace. Otázka je, zda je možné tuto částečnou reprezentaci rozšířit na reprezentaci celého grafu. Například v případě intervalových grafů dostaneme část intervalů předkreslených a otázka je, zda umíme doplnit ty zbývající.

Problém rozšiřování částečných reprezentací zobecňuje problém rozpoznávání, který odpovídá tomu, že částečná reprezentace je prázdná. Proto se zabýváme rozšiřováním tříd, pro které je rozpoznávání řešitelné v polynomiálním čase, a je překvapivé, že většinou i problém rozšiřování je řešitelný v polynomiálním čase.

V prezentaci si ukážeme výsledky o těchto problémech za několik posledních let, spolu se souvislostmi s ostatními problémy ohledně reprezentací omezených podmínkami. Budeme se zabývat intervalovými grafy, jednotkovými a vlastními intervalovými grafy, chordálními grafy, permutačními a funkčními grafy a dalšími třídami.

Události s fixní délkou v zobecněných semi-Markovských procesech

Jan Krčál

Fakulta informatiky MU

E-mail: krca1@fi.muni.cz

V oblasti pravděpodobnostní verifikace a analýzy výkonu je chování reálných systémů, jako např. front, výrobních linek, nebo komunikačních protokolů, analyzováno pomocí formálních stochastických modelů jako např. zobecněných semi-Markovských procesů (GSMP). V naší práci uvažujeme dříve zkoumanou třídu GSMP rozšířenou o události, které nemají stochastické chování, tedy nastanou přesně po fixním čase. Ukazujeme, že tyto procesy mohou vykazovat překvapivé nestabilní dlouhodobé chování, čímž dokazujeme neplatnost některých tvrzení v dřívější literatuře. Tato nestabilita je ale způsobena vlastnostmi modelu, které se nevyskytují ve skutečnosti. Abychom zabránili této nežádoucí situaci, popisujeme syntaktické podmínky, při jejichž splnění má GSMP model stabilní chování.

Příspěvek obsahuje výsledky společné práce s T. Brázdilem, J. Křetínským a V. Řehákem.

Rozšiřování spojitých zobrazení: polynomialita a nerozhodnutelnost

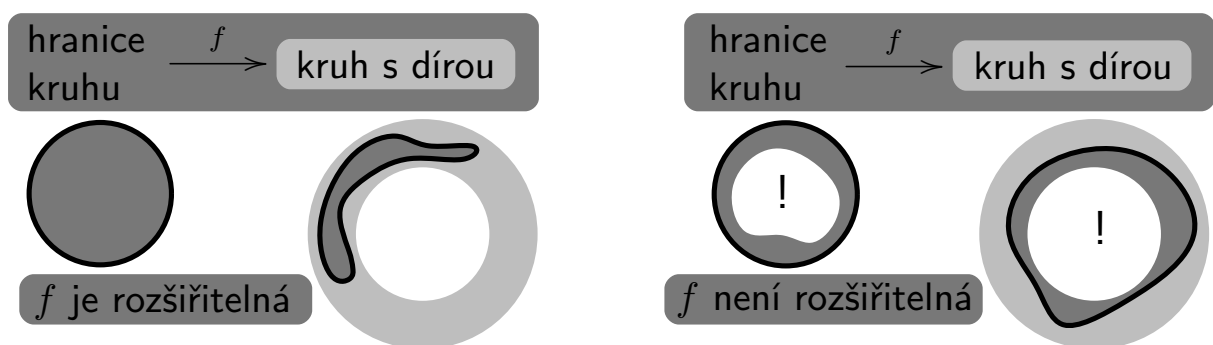
Marek Krčál

Matematicko-fyzikální fakulta UK v Praze

E-mail: krcal@kam.mff.cuni.cz

Budeme studovat výpočetní složitost několika základních problémů z algebraické topologie.

V problému *rozšiřitelnosti* se ptáme, zda pro dané topologické prostory X, Y , podprostor $A \subseteq X$ a danou spojitou funkci $f: A \rightarrow Y$ existuje spojitě rozšíření $X \rightarrow Y$ funkce f .



Prostory jsou na vstupu dány jako simplicialní komplexy a f jako simplicialní zobrazení. Předpokládáme, že Y je $(k-1)$ -souvislý a že $k \geq 2$, což neformálně znamená, že Y nemá žádné díry až do dimenze $k-1$, například $Y = S^k$. (Odpověď pro $k=1$ je známa: dle výsledku Novikova z roku 1950 je nerozhodnutelné, zda dané zobrazení z kružnice do daného Y je rozšiřitelné na kruh.)

Na jednu stranu dokážeme, že pro každé $k \geq 2$ je rozšiřitelnost nerozhodnutelná, i když se omezíme prostory X dimenze $2k$. Na druhou stranu sestrojíme algoritmus na rozšiřitelnost pro $\dim X \leq 2k-1$, který běží v čase polynomiálním v počtu simplexů X a Y , přičemž stupeň polynomu závisí na parametru k . Algoritmus stojí na výsledcích našeho článku ze SODA 2012 a naší adaptace *efektivní homologie* (Sergeraert a spol.) pro účely polynomiálních algoritimů.

Také uvážíme výpočetní složitost *homotopických grup* $\pi_k(Y)$, $k \geq 2$, pro 1-souvislý Y . Algoritmus pro jejich výpočet našel Brown v roce 1957. My ukážeme, že $\pi_k(Y)$ lze spočítat v polynomiálním čase pro každé fixní $k \geq 2$. Na druhou stranu Anick v roce 1989 dokázal, že spočítat $\pi_k(Y)$ je $\#P$ -těžké pokud k je součástí vstupu a kde Y je CW-komplex zadán určitým

kompaktním způsobem. My zesílíme jeho výsledek pro případ, kdy Y je zadán jako simplicciální komplex.

Zobecnění Rabinových automatů pro syntézu a pravděpodobnostní verifikaci

Jan Křetínský

Technical University Munich

E-mail: `jan.kretinsky@in.tum.de`

Při analýze vlastností lineárního času (LTL) u pravděpodobnostních systémů a her je často nezbytné přeložit tyto vlastnosti na deterministické automaty nad nekonečnými slovy. Tradiční přístup toho dociluje tak, že se nejprve vlastnost přeloží na nedeterministický Büchiho automat, který je následně determinizován, například Safrovou konstrukcí. Ukážeme, že fragment LTL s operátory F a G lze přeložit na deterministický automat přímo. Protože tento přístup je šitý na míru LTL, vyhneme se zbytečnému nárůstu velikosti automatu při obecné determinizaci. Prozkoumáme teoretickou složitost tohoto přístupu, porovnáme ji vůči tradičnímu přístupu i experimentálně a ukážeme, jak nový druh automatu, vzniklý jako mezikrok naší konstrukce, lze využít k urychlení syntézy a ověřování pravděpodobnostních modelů.

Kolika způsoby lze jednoduše nakreslit graf?

Jan Kynčl

Matematicko-fyzikální fakulta UK v Praze

E-mail: kyncl@kam.mff.cuni.cz

Jednoduchý topologický graf je nakreslení grafu v rovině, kde každé dvě hrany mají nejvýše jeden společný bod (a to buď vrchol nebo křížení) a žádné tři hrany se nekříží ve stejném bodě. Topologické grafy G a H jsou *izomorfní*, pokud H lze získat z G homeomorfismem sféry, a *slabě izomorfní*, pokud G i H mají stejnou množinu dvojic křížících se hran.

Dokážeme, že pro každý graf G s n vrcholy a m hranami, který nemá izolované vrcholy, počet tříd slabého izomorfismu jednoduchých topologických grafů, které realizují G , je nejvýše $2^{O(n^2 \log(m/n))}$ a nejvýše $2^{O(mn^{1/2} \log n)}$ pro $m < n^{3/2}$. Jako důsledek obdržíme nový horní odhad $2^{O(n^{3/2} \log n)}$ na počet průsečíkových grafů pseudoúseček. Pro počet slabě neizomorfních úplných topologických grafů s n vrcholy ukážeme horní odhad $2^{n^2 \cdot \alpha(n)^{O(1)}}$, za pomoci horního odhadu pro velikost množiny permutací s omezenou VC-dimenzí, získaného společně s Josefem Cibulkou. Pro počet tříd izomorfismu jednoduchých topologických grafů, které realizují G , ukážeme horní odhad $2^{m^2 + O(mn)}$ a v případě $m > (6 + \varepsilon)n$ také dolní odhad $2^{\Omega(m^2)}$.

Hry o zdroje a jejich efektivní analýza

Petr Novotný

Fakulta informatiky MU

E-mail: petr.novotny.mail@gmail.com

V prezentaci představíme nový formalismus tzv. *her o zdroje*. Tyto hry je možné využít k modelování diskrétních interaktivních systémů, během jejichž běhu dochází ke spotřebě a doplňování různých, vzájemně nezávislých zdrojů. Formálně řečeno, hrou o zdroje se rozumí konečný orientovaný graf, jehož uzly reprezentují stavy systému a v němž je každá hrana ohodnocena vektorem udávajícím změnu zásob zdrojů při přechodu mezi danými stavy. Složkou takového vektoru je buď nekladné celé číslo, reprezentující spotřebu daného zdroje, nebo ω , reprezentující možnost dočerpání daného zdroje o libovolné celočíselné množství. Každý uzel grafu pak náleží jednomu z dvou hráčů: *kontroleru* a *prostředí*. Hra začíná v daném počátečním uzlu a s daným počátečním množstvím zdrojů. V každém tahu si hráč ovládající aktuální uzel zvolí některého z jeho následníků, přičemž vektor náležející příslušné hraně udává, jaký je efekt tohoto tahu na aktuální zásoby zdrojů (je-li ω některou složkou tohoto vektoru, kontroler může zvýšit zásobu příslušného zdroje na libovolné jím zvolené přirozené číslo). Hra probíhá tímto způsobem donekonečna a cílem kontrolera je zajistit, že žádný zdroj se nikdy nevyčerpá.

V prezentaci se budeme zabývat několika přirozenými algoritmickými problémy z oblasti her o zdroje. Ukážeme, že ačkoliv jsou tyto problémy obecně výpočetně těžké, je možné je řešit v polynomiálním čase pro libovolný fixní počet zdrojů a libovolné ohraničení na množství zdrojů spotřebovatelných v rámci jednoho tahu.

Příspěvek obsahuje výsledky společné práce s T. Brázdilem, K. Chatterjeem a A. Kučerou.

Kernelizace přes strukturální parametry na řídkých třídách grafů

Jan Obdržálek

Fakulta informatiky MU

E-mail: obdrzalek@fi.muni.cz

Metavěty o polynomiálních (a lineárních) jádrech ("kernels") jsou předmětem intenzivního výzkumu v oblasti parametrizované složitosti. Již dříve byly oformulovány metavěty o lineárních jádrech pro grafy které mají omezený genus, či neobsahují H -minory nebo H -topologické minory. Dosud ovšem nejsou známy metavěty pro větší třídy "řídkých" grafů, jako jsou např. grafy s omezenou expanzí, lokálně omezenou expanzí nebo nikde husté grafy. V přednášce si ukážeme metavěty pro všechny tyto třídy grafů. Přesněji, ukážeme, že grafové problémy s konečným celočíselným indexem (finite integer index, FII) mají lineární jádra na grafech s omezenou expanzí, pokud jsou parametrizovány velikostí modulátoru ke grafům s konstantní stromovou hloubkou. (Modulátorem se zde myslí podmnožina vrcholů, jejímž odstraněním dostaneme graf konstantní stromové hloubky.) Pro grafy s omezenou lokální expanzí pak dostáváme kvadratické jádro, a konečně pro nikde husté grafy polynomiální jádro.

I když naše parametrizace může vypadat jako velmi silná, ukážeme, že výsledek s lineárním jádrem na grafech s omezenou expanzí pro slabší parametr nebude aplikovatelný na některé problémy, které náš přístup řešit umí. Navíc díky tomu, že po uvažovaných problémech požadujeme, aby měly FII pouze na grafech s konstantní stromovou hloubkou, umíme dokázat existenci lineárních jader pro problémy jako LONGEST PATH/CYCLE, EXACT s, t -PATH, TREEWIDTH a PATHWIDTH. Žádný z těchto problémů nemá FII na obecných grafech.

Příspěvek obsahuje výsledky společné práce s J. Gajarským, P. Hliněným, S. Ordyniakem, F. Reidlem, P. Rossmanith, F. S. Villaamil a S. Sikdar.

Kdy (ne)používat phase-type aproximaci?

Vojtěch Řehák

Fakulta informatiky MU

E-mail: rehak@fi.muni.cz

V přednášce se budeme věnovat modelům, které mění své stavy v časech určených pravděpodobnostním rozložením. V této oblasti hraje jednoduše prim formalismus Markovovských řetězců se spojitým časem (Continuous Time Markov Chain, CTMC). Časy přechodů v CTMC lze definovat pouze pomocí exponenciálních rozložení. Úspěch CTMC plyne ze dvou faktů: modely s exponenciálním rozložením lze snadno analyzovat a každé pravděpodobnostní rozložení lze s libovolnou přesností aproximovat pomocí exponenciálních rozložení, tzv. phase-type aproximací. V přednášce se zaměříme na limity aplikace phase-type aproximací v praxi a představíme nejnovější trendy v analýze modelů s přechody v náhodném čase.

Pokrývací hry s nízkou cenou anarchie

Tomáš Valla

Matematicko-fyzikální fakulta UK v Praze

E-mail: valla@kam.mff.cuni.cz

Hry mnoha hráčů a algoritmickou teorii her lze použít k modelování klasických optimalizačních problémů v prostředí bez centrálního řízení. V práci navrhujeme novou třídu vrcholově a hranově pokrývacích her, jejichž cena anarchie je stejná jako nejlepší známý konstantní aproximační faktor příslušných optimalizačních problémů vrcholového a množinového pokrytí s lineárními a submodulárními vahami. To je v kontrastu s ostatními dříve studovanými pokrývacími hrami, u nichž cena anarchie roste lineárně s velikostí hry. Jak návrh hry, tak analýza ceny anarchie jsou založeny na strukturálních vlastnostech relaxace lineárního programování. Pro lineární váhy také ukážeme jednoduchou best-response dynamiku, která konverguje k Nashovu ekvilibriu v lineárním čase.

Příspěvek obsahuje výsledky společné práce s G. Piliouras a L. Vegh..

Problém vložení simplicciálních komplexů do eukleidovských prostorů

Lukáš Vokřínek

Přírodovědecká fakulta MU

E-mail: koren@math.muni.cz

V článku „Hardness of embedding simplicial complexes in \mathbb{R}^d “ se autoři J. Matoušek, M. Tancer, a U. Wagner zabývali problémem vložení simplicciálních komplexů do eukleidovských prostorů. S výjimkou nízkých dimenzí, které v topologii bývají tradičně problematické, zůstal otevřený pouze případ takzvaného metastabilního rozmezí dimenzí (simplicciálního komplexu K , konkrétně $3 \leq \dim K \leq \frac{2}{3}d - 1$). V tomto rozmezí je problém vložení „homotopický“, tj. dá se přeložit do řeči homotopické teorie/algebraické topologie.

V přednášce prvně vysvětlím zmíněný překlad na ekvivalentní (ekvivariantní) homotopický problém, konkrétně problém existence \mathbb{Z}_2 -ekvivariantního zobrazení $K \times K \setminus \Delta \rightarrow S^{d-1}$. Dále se pokusím vysvětlit některé základní myšlenky stojící za naším algoritmickým řešením tohoto problému.

Příspěvek obsahuje výsledky společné práce s M. Čadkem, M. Krčálem, J. Matouškem a U. Wagnerem.

Fázové přechody a struktura prostoru řešení v problémech splňování podmínek na náhodných grafech

Lenka Zdeborová

Institut de Physique Theorique, CEA Saclay

E-mail: lenka.zdeborova@gmail.com

Tento příspěvek se bude zabývat problémy splňování podmínek, jako je K-SAT či obarvování, na náhodných grafech. Popíšeme strukturu všech řešení a související fázové přechody, t.j. skokové změny ve vlastnostech prostoru řešení v závislosti na počtu podmínek ku počtu proměnných. Několik takových přechodů bylo předpovězeno na základě přesných, ale heuristických, metod statistické fyziky. Značná část těchto předpovědí byla dokázána, zejména v limitě relativně velkého počtu podmínek ku počtu proměnných.

Minimalizace separovatelných diskrétních funkcí

Stanislav Živný

University of Warwick

E-mail: S.Zivny@warwick.ac.uk

Nechť D , nazývaná doména, je libovolná konečná množina. Nechť Γ je libovolná konečná množinu funkcí tvaru $f : D^{a(f)} \rightarrow \mathbb{Q}$, kde $a(f)$ je arita (tj. počet argumentů) funkce f a \mathbb{Q} je množina racionálních čísel. V příspěvku předneseme výsledek o výpočetní složitosti minimalizace funkcí tvaru $f(x_1, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^r w_i \cdot f_i(x_{i_1}, \dots, x_{i_{a(f_i)}})$, kde $w_i \in \mathbb{Q}$ a $f_i \in \Gamma$.

Příspěvek obsahuje výsledky společné práce s J. Thapperem.