

# SOUČASNÉ TRENDY TEORETICKÉ INFORMATIKY

3.-4. září 2021, Praha

T. Klimošová (ed.)



# Úvodní slovo

Konference *Současné trendy teoretické informatiky* se koná pravidelně každé dva roky již od roku 2003. Cíl a účel konference zůstává stejný: Rádi bychom vytvořili domácí fórum pro kvalitní výsledky českých a slovenských informatiků, které byly prezentovány na prestižních mezinárodních konferencích. Publikování na mezinárodních výběrových konferencích (např. APPROX, CAV, CCC, COCOON, CP, CONCUR, ESA, EUROCOMB, FOCS, GD, ICALP, ISAAC, LATIN, LICS, MFCS, RANDOM, SODA, STACS, STOC, SWAT nebo WADS), kde bývá troj- a vícenásobný počet zaslaných příspěvků vůči počtu přijatých příspěvků, měřítkem kvality a úspěšnosti vědecké práce.

Na konferenci STTI 2021 jsme pozvali mladé české a slovenské informatiky, kteří uspěli v této konkurenci v posledních letech a jejichž práce byly referovány na některé z těchto mezinárodních akcí. Uspořádáním této konference chceme dát možnost široké odborné veřejnosti seznámit se s výsledky, kterým se dostalo mezinárodního uznání. Doufáme, že konference splní svůj účel a povzbudí české informatiky v další práci.

Konference ze zúčastní 16 mladých českých a slovenských informatiků. Hlavní přednášku přednese Jan Vondrák z Stanford University.

Konference STTI 2021 se uskuteční ve dnech 3.-4. září 2021 v Praze v budově MFF UK na Malostranském náměstí. Vzhledem k epidemiologické situaci jsou přednášky rovněž přenášeny on-line. Konference je organizována a podporována Katedrou aplikované matematiky a Informatickým ústavem University Karlovy a rovněž s podporou centra DIMATIA a Centra základů moderní informatiky. Děkujeme také paní Příhodové za její pomoc při organizaci konference.

Jaroslav Nešetřil, Pavel Hubáček, Tereza Klimošová



# Obsah

Úvodní slovo . . . . .	1
Obsah . . . . .	3
Hlavní přednáška konference . . . . .	4
Program konference . . . . .	6

## Abstrakty příspěvků

Martin Balko: On off-diagonal ordered Ramsey numbers of nested matchings 10	
Marek Eláš: Algoritmy pre MTS s predikciami . . . . .	11
Filakovský Marek: Embeddability and Tverberg-type problem, new algorithms and undecidability . . . . .	12
Pavel Klavík: Automatické vylepšování nakreslených grafů v OrgPadu	13
Dušan Knop: Vyrovnávání šíření dvou názorů v řídkých sítích . . . . .	14
Tomáš Masařík: Náhodné buňkové nakreslení grafů na plochách . . . . .	15
Jana Novotná: Vertex Deletion into Bipartite Permutation Graphs . . . . .	16
Michal Opler: Hledání vzorů v omezených permutacích . . . . .	17
Kristýna Pekárková: Algoritmus pro celočíselné programování parametrizovaný větvicí hloubkou . . . . .	18
Jakub Rydval: O deskriptivní komplexitě temporálních CSP . . . . .	19
Jakub Svoboda: O složitosti zjednodušené hry života . . . . .	20
Josef Tkadlec: Evoluční teorie grafů . . . . .	21
Pavel Veselý: Online balancování front . . . . .	22
Tomáš Peitl: Finding the Hardest Formulas for Resolution . . . . .	23
Jan Volec: Velké multipartitní podgrafy v H-prostých grafech . . . . .	24
Peter Zeman: Testing isomorphism of chordal graphs of bounded leafage is fixed-parameter tractable . . . . .	25

# Hlavní přednáška konference

## Kombinatorické aukce a optimalizace Nashovy cílové funkce

**Jan Vondrák**

Stanford University, USA

E-mail: [jvondrak@stanford.edu](mailto:jvondrak@stanford.edu)

V kombinatorických aukcích je cílem rozdělit danou množinu produktů účastníkům, kteří mají různé preference, formalizované formou "užitkových funkcí". Tradičním cílem kombinatorických aukcí je optimalizovat součet užitkových funkcí všech účastníků, což má přirozenou interpretaci jako optimalizace zisku utrženého při prodeji produktů. Alternativním cílem můžou být funkce, které zohledňují nejen celkový zisk, ale i vyváženost našeho řešení. Jednou populární variantou je cílová funkce navržená Johnem Nashem v 50. letech, která je geometrickým průměrem účastníků aukce. Tuto cílovou funkci je všeobecně složitější optimalizovat než aritmetický průměr (nebo součet) a donedávna nebyly známé efektivní algoritmy pro geometrický průměr ani jednoduchých typů užitkových funkcí.

V přednášce shrnu doposavad známé přístupy k tomuto problému a vysvětlím nový výsledek, jenž dává konstantní aproximační faktor pro tento problém za předpokladu, že užitkové funkce jsou submodulární.

Autoři: Wenzheng Li a Jan Vondrák.



# Program konference

## Program STTI'21

### pátek 3. září

**9:00** začátek registrace

**9:30** Pavel Veselý: *Online balancování front*

**9:55** Michal Opler: *Griddings of permutations and hardness of pattern matching*

**10:20** Jan Volec: *Velké multipartitní podgrafy v  $H$ -prostých grafech*

**10:45** přestávka

**11:15** Kristýna Pekárková: *Algoritmus pro celočíselné programování parametrizovaný větvicí hloubkou*

**11:40** Peter Zeman: *Testing isomorphism of chordal graphs of bounded leafage is fixed-parameter tractable*

**12:15** oběd

**14:15** Dušan Knop: *Vyrovňávání šíření dvou názorů v řídkých grafech*

**14:40** Jakub Rydval: *O deskriptivní komplexitě temporálních CSP*

**15:05** krátká přestávka

**15:15** Josef Tkadlec: *Evoluční teorie grafů*

**15:40** Jakub Svoboda: *O složitosti zjednodušené hry života*

**16:05** Pavel Klavík: *Asistent pro kreslení grafů v OrgPadu*

**16:30** přestávka

**17:00** Jan Vondrák: *Kombinatorické aukce a optimalizace Nashovy cílové funkce*

**18:45** večeře



## **sobota 4. září**

**9:00** Marek Eliáš: *Algoritmy pre MTS s nespoľahlivými predikciami*

**9:25** Tomáš Peitl: *Finding the Hardest Formulas for Resolution*

**9:50** Jana Novotná: *Vertex Deletion into Bipartite Permutation Graphs*

**10:15** přestávka

**10:45** Marek Filakovský: *Embeddability and Tverberg-type problem, new algorithms and undecidability*

**11:10** Martin Balko: *On off-diagonal ordered Ramsey numbers of nested matchings*

**11:35** Tomáš Masařík: *Random 2-Cell Embeddings*

**12:15** oběd

Všechny přednášky se budou konat v posluchárně S5 v budově Matematicko-fyzikální fakulty UK na Malostranském náměstí.

# Abstrakty příspěvků



# On off-diagonal ordered Ramsey numbers of nested matchings

Martin Balko

Charles University

E-mail: martin.balko@seznam.cz

For two ordered graphs  $G^<$  and  $H^<$ , the ordered Ramsey number  $r_<(G^<, H^<)$  is the minimum  $N$  such that every red-blue coloring of the edges of the ordered complete graph  $K_N^<$  contains a red copy of  $G^<$  or a blue copy of  $H^<$ .

For  $n \in \mathbb{N}$ , a *nested matching*  $NM_n^<$  is the ordered graph on  $2n$  vertices with edges  $\{i, 2n - i + 1\}$  for every  $i = 1, \dots, n$ . We improve bounds on the numbers  $r_<(NM_n^<, K_3^<)$  obtained by Rohatgi, we disprove his conjecture about these numbers, and we determine them exactly for  $n = 4, 5$ . This gives a stronger lower bound on the maximum chromatic number of  $k$ -queue graphs for every  $k \geq 3$ .

We expand the classical notion of Ramsey goodness to the ordered case and we attempt to characterize all connected ordered graphs that are  $n$ -good for every  $n \in \mathbb{N}$ . In particular, we discover a new class of such ordered trees, extending all previously known examples.

This is a joint work with Marian Poljak.

# Algoritmy pre MTS s predikciami

Marek Eláš

Bocconi University, Milan

E-mail: [marek.elias@bocconi.it](mailto:marek.elias@bocconi.it)

Na vstupoch podobných tréningovým dátam dokážu prediktory na báze strojového učenia generovať veľmi presné predikcie, avšak túto presnosť nevedia dosiahnuť za každých okolností. Automatické rozhodovacie systémy založené na takýchto prediktoroch preto potrebujú nielen schopnosť efektívne využívať správne predikcie ale aj schopnosť dosiahnuť uspojivé výsledky s nepresnými predikciami (robustnosť). V tejto prednáške predstavím formát predikcií pre Online problémy z triedy MTS (napríklad  $k$ -server, caching) a online párovanie na priamke. Pomocou výsledkov z teórie online algoritmov ukážem ako dosiahnuť robustnosť v algoritmoch používajúcich predikcie tohto formátu. Pre problém caching prezentujem vylepšený algoritmus ktorého kompetitívny pomer ako funkcia celkovej chyby predikcií je exponenciálne lepší než aký je možné dosiahnuť všeobecne pre MTS.

Príspevek obsahuje výsledky spoločnej práce s Antonios Antoniadis, Christian Coester, Adam Polak, Bertrand Simon.

# Embeddability and Tverberg-type problem, new algorithms and undecidability

Filakovský Marek

IST Austria

E-mail: mfilakov@ist.ac.at

We present two new results in computational topology. The first result, joint with Uli Wagner and Stephan Zhechev, concerns the algorithmic embeddability problem, i.e. given a  $k$ -dimensional simplicial complex  $K$ , does there exist a (piecewise-linear) embedding of  $K$  into  $d$ -dimensional Euclidean space  $\mathbb{R}^d$ ? We show that for a wide range of dimensions the problem is algorithmically undecidable. This hints at a sharp dichotomy between polynomial-time decidability and undecidability of the problem in higher dimensions.

The second result deals with a generalization of the embeddability problem called  $r$ -Tverberg problem. Here, we ask whether there exists a (piecewise-linear) map  $f$  from  $K$  to  $\mathbb{R}^d$  such that no point  $f(x)$  has preimages in  $r$  distinct pairwise-disjoint simplices. In a joint work with Lukas Vokrinek, we show that  $r$ -Tverberg problem is polynomial-time decidable in the metastable range of dimensions ( $rd > (r + 1)k + 2$ ).

# Automatické vylepšování nakreslených grafů v OrgPadu

Pavel Klavík

OrgPad

E-mail: [klavik@orgpad.com](mailto:klavik@orgpad.com)

OrgPad ([www.orgpad.com](http://www.orgpad.com)) je platforma na zapisování informací a jejich sdílení ve formě nakresleného grafu. Tento graf je interaktivní: jednotlivé vrcholy mohou být otevíratelné a obsahovat další vysvětlující informace. Při otevření většího vrcholu je proto důležité, aby okolní vrcholy uhnuli a jednotlivé souvislosti se nepřekrývali. Také při vytvoření nového vrcholu systém automaticky odsune blízké vrcholy, aby vzniklo místo na nový vrchol. V systému je klíčové, aby se struktura nakreslení v čase příliš neměnila, protože by jinak byla matoucí.

V přednášce popíšu algoritmus, který jsem pro řešení tohoto problému vytvořil. Také poukážu na zajímavé problémy, které zatím neumíme vyřešit.

# Vyrovňávání šíření dvou názorů v řídkých sítích

Dušan Knop

Fakulta informačních technologií, České vysoké učení technické v Praze

E-mail: [dusan.knop@fit.cvut.cz](mailto:dusan.knop@fit.cvut.cz)

Inspirováni problémem (modelem) TARGET SET SELECTION pro šíření jediného názoru jsme navrhli nový diskrétní model pro souběžné šíření několika názorů v sociálních sítích, pro který jsme zároveň prozkoumali výpočetní složitost. Pro danou síť popsanou grafem dostáváme pro každý názor množinu agentů, kteří mají tyto názory na začátku zkoumaného procesu. Dále má každý agent dvě hodnoty. První z nich vyjadřuje ochotu agenta přijmout nějaký názor v případě, že žádný ještě nemá a druhá pak totéž jen v případě, že už jeden názor přijal za svůj. Cílem je naleznout množinu agentů minimální velikosti, kterým lze přiřadit nějaký názor tak, aby po stabilizaci daného aktivačního procesu každý agent měl buď oba názory nebo žádný.

Takto zavedený problém je NP-těžký a my jej dále zkoumáme z pohledu tzv. parametrizované složitosti. Problém je  $W[1]$ -těžký vzhledem k velikosti řešení a to i v kombinaci se stromovou šířkou (a to i když je garantováno, že úspěšný proces se stabilizuje během čtyř kol). Tento problém je ve třídě FPT pokud parametrizujeme zároveň délkou aktivačního procesu, maximální ochotou agenta přijmout názor a stromovou šířkou dané sítě. Stejný algoritmus pak lze nasadit v případě, že jsou omezeny maximální ochotou agenta přijmout názor a stromová hloubka dané sítě. Samotný strukturální parametr, který dovoluje existenci algoritmu je tzv. 3-Path Vertex Cover.

Příspěvek obsahuje výsledky společné práce s Šimonem Schierreichem a Ondřejem Suchým.



# Náhodné buňkové nakreslení grafů na plochách

Tomáš Masařík

University of Warsaw

E-mail: [tmasarik@mimuw.edu.pl](mailto:tmasarik@mimuw.edu.pl)

Náhodné buňkové nakreslení grafu na plochu lze vyjádřit jako cyklickou permutaci hran kolem každého vrcholu. Nejprve budeme zkoumat více-hvězdu, pomocí níž odvodíme horní odhad na střední hodnotu počtu stěn náhodného buňkového nakreslení libovolného multigrafu. Tento odhad vyrovná klasický výsledek Stahla JCTB '91, který shora omezuje střední hodnotu počtu stěn náhodného buňkového nakreslení jednoduchého grafu na  $n \log(n)$ , kde  $n$  je počet vrcholů. Naše zkoumání nás vede k otevřené domněnce, že pro jednoduché grafy je tato střední hodnota vždy nejhůře lineární v počtu vrcholů. Navíc si ukážeme, že pro úplné grafy leží tato střední hodnota někde mezi 0.5 a 4 násobkem přirozeného logaritmu počtu vrcholů.

Příspěvek obsahuje výsledky společné práce s Jesse Champion Loth, Kevin Halasz, Bojan Mohar a Robertem Šámalem.

# Vertex Deletion into Bipartite Permutation Graphs

Jana Novotná

University of Warsaw / Charles University

E-mail: [janca@kam.mff.cuni.cz](mailto:janca@kam.mff.cuni.cz)

V přednášce se budeme věnovat parametrizované složitosti otázky, zda lze smazáním  $k$  vrcholů z libovolného grafu získat bipartitní permutační graf. Permutační grafy definujeme jako průnikové grafy úseček, jejichž konce leží na dvou paralelních přímkách. Nejprve se zaměříme na tzv. skoro bipartitní permutační grafy, které se liší od bipartitních permutačních grafů tím, že mohou obsahovat indukované cykly (na alespoň 10 vrcholech). Ukážeme strukturální vlastnosti této třídy v kontextu nejkratšího indukovaného cyklu, které využijeme pro získání FPT algoritmu parametrizovaného počtem povolených smazání pro uvedenou otázku.

# Hledání vzorů v omezených permutacích

Michal Opler

Informatický ústav Univerzity Karlovy

E-mail: [opler@iuuk.mff.cuni.cz](mailto:opler@iuuk.mff.cuni.cz)

Rozhodnout jestli permutace  $\tau$  obsahuje jinou permutaci  $\pi$  (zvanou též vzor) je přirozeným algoritmickým problémem, známým jako PERMUTATION PATTERN MATCHING (PPM). Bose, Buss a Lubiw ukázali v roce 1998, že je tento problém NP-úplný. Je proto přirozené zaměřit se na jeho omezené varianty. Jedna z nich, takzvaný problém  $Av(\sigma)$ -PPM, je definovaná přidáním podmínky, že obě vstupní permutace  $\tau$  i  $\pi$  neobsahují daný vzor  $\sigma$ .

Problém  $Av(\sigma)$ -PPM je rozhodnutelný v polynomiálním čase pro libovolný zakázaný vzor  $\sigma$  délky nejvýše 3. Na druhou stranu Jelínek a Kynčl ukázali NP-úplnost problému  $Av(4321)$ -PPM a dále z jejich výsledků plyne NP-úplnost problému  $Av(\sigma)$ -PPM pro libovolný vzor  $\sigma$  délky alespoň 10. Naším hlavním výsledkem je nová redukce, která implikuje NP-úplnost problému  $Av(\sigma)$ -PPM pro každý vzor  $\sigma$  délky alespoň 6, pro každý vzor  $\sigma$  délky 5 kromě vzorů symetrických k 41352, a pro  $\sigma$  rovnou 4321, 4312, 4231 nebo jejich libovolné symetrii.

Príspevek obsahuje výsledky společné práce s V. Jelínkem a J. Pekárkem.

# Algoritmus pro celočíselné programování parametrizovaný větvící hloubkou

**Kristýna Pekárková**

Fakulta informatiky, Masarykova univerzita  
E-mail: kristyna.pekarkova@mail.muni.cz

Celočíselné programování je základní problém diskrétní optimalizace. Tento problém je výpočetně těžký i pro velmi specifické instance. Na druhou stranu, Koutecký, Levin a Onn [ICALP'18] dokázali, že celočíselné programování je efektivně řešitelné pro parametrizaci duální stromovou hloubkou a složitostí prvků matice. Tato parametrizace má však nevýhodu: stromová hloubka se mění s řádkovými operacemi nad maticí, a tak může být různá i pro dvě řádkově ekvivalentní matice. Ukážeme, že větvící hloubka (branch-depth) matice je rovna minimální stromové hloubce řádkově ekvivalentní matice, a nalezneme algoritmus pro zkonstruování řádkově ekvivalentní matice s minimální stromovou hloubkou. Speciálně, celočíselné programování je efektivně řešitelné pro parametrizaci větvící hloubkou a složitostí prvků matice instance.

Příspěvek obsahuje výsledky společné práce s T. Chanem, J. W. Coopere-m, M. Kouteckým a D. Králem.

# O deskriptivní komplexitě temporálních CSP

Jakub Rydval

TU Dresden

E-mail: jakub.rydval@tu-dresden.de

Problémy splňování podmínek (CSP) s konečnou doménou spadají do dvou kategorií: jsou buď řešitelné v jazyce Datalog, anebo dokonce neřešitelné v logice fixního bodu s počítáním. Hranici mezi těmito dvěma případy lze popsat pomocí Maltsevské podmínky. Při přechodu k nekonečným doménám se situace značně zkomplikuje, a to i v případě že se omezíme na struktury s podstatně jednoduchou teorií prvního řádu. V článku předneseném na LICS 2020 dokazujeme že neexistuje žádná Maltsevská podmínka pro řešitelnost v Datalogu již pro CSP reduktů prvního řádu struktury  $(\mathbb{Q}; <)$ . Tyto rozhodovací problémy, také známé jako temporální CSP, hrají stěžejní roli ve studiu CSP s nekonečnou doménou. Náš hlavní výsledek je kompletní klasifikace temporalních CSP řešitelných v jednom z následujících formalismů: Datalog, logika fixního bodu (s/bez počítání), a logika fixního bodu s Booleovským rank operátorem. Z klasifikace vyplývá, že množství algebraických podmínek pro řešitelnost v Datalogu či logice fixního bodu ekvivalentních v kontextu CSP s konečnou doménou selhává již pro temporální CSP.

Příspěvek obsahuje výsledky společné práce s Manuelem Bodirskym a Wiedem Pakusou.

# O složitosti zjednodušené hry života

**Jakub Svoboda**

IST Austria

E-mail: [jakub.svoboda@ist.ac.at](mailto:jakub.svoboda@ist.ac.at)

Hra života je jednoduchý a elegantní model který studuje dynamické systémy na grafech. Model sestává z grafu, kde každý vrchol má jeden ze dvou typů, jmenovitě mrtvý a živý. Stav je mapování z vrcholů do typů. Aktualizační pravidlo popisuje jak se mění typ vrcholu s ohledem na jeho sousedy. V každém kroku simulace jsou všechny vrcholy aktualizovány zároveň, což vede ke změně stavu. Obecně, hra života povoluje velké množství pravidel. My se zaměřujeme na dvě jednoduché rodiny aktualizacních pravidel. Jsou to přelidnění a podlidnění. Tyto pravidla modelují několik zajímavých a studovaných dynamik. V obou případech, mrtvý vrchol potřebuje alespoň určitý počet živých sousedů k ožití. Pro podlidnění (resp. přelidnění), živý vrchol potřebuje alespoň (resp. nejvíce) určitý počet živých sousedů k přežití. V příspěvku zkoumáme základní výpočetní problémy jako stavovou dosažitelnost pro tyto dvě rodiny pravidel. Pro podlidnění, ukážeme že studované problémy mohou být vyřešeny v polynomiálním čase kdežto pro přelidnění tyto pravidla jsou úplné pro PSPACE.

Příspěvek obsahuje výsledky společné práce s Krishnendem Chaterjeem, Rasmusem Ibsenem-Jensenem, Ismaëlem Jeckerem.

# Evoluční teorie grafů

Josef Tkadlec

Harvard University

E-mail: tkadlec@math.harvard.edu

V příspěvku se stručně seznámíme s Evoluční teorie grafů, což je obor na pomezí matematické biologie a teoretické informatiky. Objektem jeho studia jsou jisté náhodné procesy na vrcholově obarvených grafech, které modelují šíření nějakých entit v populaci s daným prostorovým uspořádáním. Těmi entitami jsou tradičně mutace, které mění fitness (biologickou zdatnost) dotčených jedinců, ale příbuznými modely lze zkoumat i šíření virových infekcí nebo fake news.

Základním příkladem je *Moranův proces* na grafu  $G$ : Vrcholy jsou obarveny černě a bíle. Bílé vrcholy mají fitness 1, černé mají fitness  $r > 1$ . V každém kroku vybereme vrchol (náhodně, s ohledem na jeho fitness) a ten přebarví jednoho svého souseda na svou barvu. Pokud začneme s jedním (náhodně vybraným) černým vrcholem, jaká je *pravděpodobnost fixace*, tj. pravděpodobnost  $\text{fp}(G, r)$ , že po čase budou všechny vrcholy černé? A jaký je průměrný *čas fixace*  $\text{ft}(G, r)$ ?

Evoluční teorie grafů zkoumá, jak veličiny jako  $\text{fp}(G, r)$  a  $\text{ft}(G, r)$  závisí na grafu  $G$ . Například je známé, že pro  $n \rightarrow \infty$  je  $\text{fp}(K_n, r) \rightarrow 1 - 1/r$  a  $\text{ft}(K_n, r) = \Theta(\log n)$ . V příspěvku si ukážeme:

1. Několik dalších známých elegantních výsledků: např. *Isotermální větu* nebo FPRAS pro  $\text{fp}(G, r)$  (pro neorientované grafy).
2. Jeden překvapivý nový výsledek: grafy  $G_n$ , které splňují  $\text{fp}(G_n, r) \rightarrow 1$  a  $\text{ft}(G_n, r) = \mathcal{O}(\log n \cdot \alpha(n))$ , pro jakékoliv  $\alpha(n) = \omega(1)$ .
3. Několik fundamentálních otevřených problémů: např. složitost určení  $\text{fp}(G, r)$ , asymptotiku času fixace pro čtvercovou mřížku nebo otázku existence tzv. “adversarial amplifiers”.

Příspěvek obsahuje výsledky společné práce s kolegy jménem Andreas Pavlogiannis, Krishnendu Chatterjee, a Martin Nowak.

# Online balancování front

Pavel Veselý

Informatický ústav Univerzity Karlovy

E-mail: vesely@iuuk.mff.cuni.cz

V problému balancování front máme  $N$  front, do kterých přicházejí prvky ke zpracování, například pakety k odeslání ze síťového přepínače, a v každém kroku je z každé neprázdné fronty zpracován jeden prvek. Klíčovým omezením je, že celková velikost front může být nanejvýš  $M$ , takže v případě překročení kapacity potřebujeme nějaké prvky vyhodit. Chceme tedy navrhnout algoritmus, který bude vyhazovat prvky z front tak, aby bylo zpracováno co nejvíce prvků.

Přirozeným takovým algoritmem je *Longest Queue Drop* (LQD), který vyhodí prvek z nejdelší fronty. LQD funguje v online modelu, kde algoritmus nemá žádné informace o příchozích prvcích v budoucích krocích. Zajímá nás kompetitivní poměr LQD, tedy kolikrát je počet prvků zpracovaných LQD horší oproti optimálnímu offline algoritmu, který zná celou vstupní sekvenci předem. Již roku 2001 dokázali Hahne et al. horní odhad 2 na kompetitivní poměr LQD a následná zlepšení platí pouze pro speciální případy problému, přičemž nejlepší dolní odhad dosahuje zhruba 1.44. Překvapivě zůstává LQD doposud jediným známým online algoritmem s omezeným kompetitivním poměrem.

V této přednášce ukážeme, že LQD je zhruba 1.707-kompetitivní.

Příspěvek obsahuje výsledky společné práce s Antoniosem Antoniadisem, Matthiasem Englertem a Nicolaosem Matsakisem.



# Finding the Hardest Formulas for Resolution

Tomáš Peitl

Friedrich-Schiller-Universität Jena

E-mail: `tomas.peitl@uni-jena.de`

A CNF formula is harder than another CNF formula with the same number of clauses if it requires a longer resolution proof. In this paper, we introduce *resolution hardness numbers*; they give for  $m = 1, 2, \dots$  the length of a shortest proof of a hardest formula on  $m$  clauses. We compute the first ten resolution hardness numbers, along with the corresponding hardest formulas. To achieve this, we devise a candidate filtering and symmetry breaking search scheme for limiting the number of potential candidates for hardest formulas, and an efficient SAT encoding for computing a shortest resolution proof of a given candidate formula

Příspěvek obsahuje výsledky společné práce s Stefanem Szeiderem.

# Velké multipartitní podgrafy v $H$ -prostých grafech

Jan Volec

ČVUT

E-mail: [jan@ucw.cz](mailto:jan@ucw.cz)

Slavná Erdősova domněnka říká, že  $n$ -vrcholový graf bez trojúhelníku lze učinit bipartitním smazáním nejvýše  $n^2/25$  hran. V roce 2007, Sudakov vyřešil příbuzný Erdősův problém o grafech bez  $K_4$ . Konkrétně ukázal, že pro každý 4-obarvitelný graf  $H$  platí následující: každý  $H$ -prostý graf s  $n$  vrcholy lze učinit bipartitním smazáním nejvýše  $(1 + o(1)) * n^2/9$  hran.

Hlavním výsledkem této přednášky je, že pro každý 6-obarvitelný graf  $H$  platí, že libovolný  $H$ -prostý graf s  $n$  vrcholy lze učinit bipartitním smazáním nejvýše  $(1 + o(1)) * 4n^2/25$  hran. Jako jeden z nástrojů pro náš důkaz bylo použito nové zesílnění Fürediho výsledku o stabilitě Turánovy věty.

Výsledky v této přednášce byly získány společně s P. Hu, B. Lidickým, T. Martins-Lopez and S. Norinem.

# Testing isomorphism of chordal graphs of bounded leafage is fixed-parameter tractable

**Peter Zeman**

Katedra aplikované matematiky, Matematicko-fyzikální fakulta, Univerzita  
Karlova

E-mail: `zeman@kam.mff.cuni.cz`

It is known that testing isomorphism of chordal graphs is as hard as the general graph isomorphism problem. Every chordal graph can be represented as the intersection graph of some subtrees of a tree. The leafage of a chordal graph, is defined to be the minimum number of leaves in the representing tree. We construct a fixed-parameter tractable algorithm testing isomorphism of chordal graphs with bounded leafage. The key point is a fixed-parameter tractable algorithm finding the automorphism group of a colored order-3 hypergraph with bounded sizes of color classes of vertices.